Orgaan van de

Nederlandse Vereniging

van Wiskundeleraren

EUCLIDES

Vakblad voor de wiskundeleraar

jaargang 72

1996-1997 september

1





Eindexamens 1996

Over de grafische

rekenmachine,

zelfstandig leren,

en de combinatie ervan

EUCLIDES

Euclides is het orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren. Het blad verschijnt 8 maal per verenigingsjaar.

Artikelen/mededelingen

Artikelen en mededelingen naar:
Kees Hoogland
Gen. Cronjéstraat 79 rood
2021 JC Haarlem.

Richtlijnen voor aanlevering:

- goede afdruk met illustraties/foto's/formules op juiste plaats of goed in de tekst aangegeven.
- platte tekst op diskette: WP of ASCII
- illustraties/foto's/formules op aparte vellen: genummerd, zwart/wit, scherp contrast.

Nadere richtlijnen worden op verzoek toegezonden.

Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

Voorzitter
dr. J. van Lint
Spiekerbrink 25
8034 RA Zwolle
tel. 038-4539985
Secretaris
W. Kuipers
Burg. Bijleveldsingel 38
8052 AP Hattem
tel. 038-4447017
Ledenadministratie
Mw. N. van Bemmel-Hendriks
De Schalm 19
8251 LB Dronten
tel. 0321-312543

Contributie per ver. jaar: ƒ70,00
Studentleden: ƒ47,50
Leden van de VVWL: ƒ50,00
Lidmaatschap zonder Euclides: ƒ50,00
Betaling geschiedt per acceptgiro.
Nieuwe leden geven zich op bij de ledenadministratie.
Opzeggingen vóór 1 juli.

Abonnementen niet-leden

Abonnementen gelden steeds vanaf het eerstvolgende nummer.
Abonnementsprijs voor personen: ƒ80,00 per jaar. Voor instituten en scholen: ƒ240,00 per jaar.
Betaling geschiedt per acceptgiro.
Losse nummers op aanvraag leverbaar voor ƒ20,00.
Opzeggingen vóór 1 juli.

Advertenties

Informatie, prijsopgave en inzending:
C. Hoogsteder, Prins Mauritshof 4
7061 WR Terborg, tel. 0315-324337
of naar:
L. Bozuwa, Merwekade 90
3311 TH Dordecht, tel. 078-6145522.

Adresgegevens auteurs

M. Bos
Mussenveld 137
7827 AK Emmen

P. Drijvers
Paddepoelseweg 9
6532 ZG Nijmegen

C.P. Hoogland
Gen. Cronjéstraat 79 rood
2021 JC Haarlem

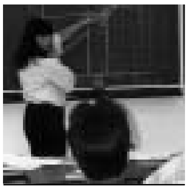
M. Kollenveld
Leeuwendaallaan 43
2281 GK Rijswijk

H.N. Schuring e.a.
Cito
Postbus 1034
6801 MG Arnhem

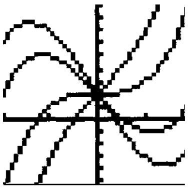
A. van Streun
RU Groningen, Fac. W&N
Postbus 800
9700 AV Groningen

A. Verweij
Noord Rundersteeg 10
2312 VN Leiden

Inhoud


10


12


25

2 Kees Hoogland
Van de redactietafel

3 H.N. Schuring e.a.
Eindexamens vwo en havo, eerste tijdvak 1996

6 **Waar zit de fout?**

10 Agnes Verweij
'En dan zeggen ze nog weleens dat het onderwijs zo star is!'
INTERVIEW

12 Bert Zwaneveld
Bij het einde van een jaren-lange relatie

15 Marja Bos
Zelfwerkzaamheid? Zelfstandig leren!

19 Marian Kollenveld
Van de bestuurstafel
NVvW

20 **Jaarvergadering/studiedag 1996**
NVvW

21 **Studiedag: Vernieuwing, nuttig en recreatief**
NVvW

24 **Brief aan de Staatssecretaris**
NVvW

25 Anne van Streun
Zelfstandig leren met een grafiekenprogramma bij de hand

28 Paul Drijvers
Oude liefde roest niet

31 **40 jaar geleden**

32 **Werkbladen**

34 **Recreatie**

36 **Kalender**

van de redactietafel



Dit schooljaar zal een zeer bijzonder schooljaar worden. Meer dan vijftigduizend leerlingen in het vbo en mavo zullen deelnemen aan de eerste landelijke wiskunde-examens B, C en D volgens het nieuwe leerplan. De discussie over het leerplan is even niet meer de hoofdzaak. Nu gaat het er om deze leerlingen zo goed mogelijk voor te bereiden op die examens. Als ondersteuning zal het volgende nummer een special zijn over die examens. Daarin de volledige experimentele eindexamens vbo/mavo B/C/D en bijdragen van docenten van experimenteerscholen. Verder zullen de werkbladen deze jaargang bestaan uit voorbeelden van schoolonderzoekopgaven.
Een ander punt is dat havo- en vwo-leerlingen vanuit een ander onderbouwprogramma instromen in de vierde klas. De schoolboeken hebben door herzieningen in principe een doorgaande lijn bewerkstelligd, maar goed kijken wat deze leerlingen niet, maar vooral ook wel kunnen lijkt belangrijk.
De problematiek van deze ‘tussenfase’ wordt bijna overstemd door de ontwikkelingen rond de nieuwe Tweede Fase havo en vwo. Volstrekt uniek in de geschiedenis van de onderwijsverandering in Nederland, zijn bijna alle scholen al op voorhand bezig met allerlei experimenten, vooral gericht op wat inmiddels is gaan heten: Zelfstandig Leren. In dit nummer wordt in de artikelen van Marja Bos en Anne van Streun de aftrap gegeven voor een broodnodige discussie over de rol van wiskunde in dit geheel. De plannen voor de Tweede Fase zijn inmiddels besproken in de Tweede Kamer. Invoering in 1998 lijkt vrijwel zeker. Leerlingen die dit schooljaar in de tweede klas havo of vwo zitten, zullen dus instromen in die nieuwe Tweede Fase. Moeten zij niet vooral ook veel aandacht krijgen? Werken aan zelfstandig leren mag toch niet opeens alleen maar in de vierde klas beginnen?
Nog even iets heel anders: In de laatste week van juli werd in Sevilla voor de achtste maal een ICME (International Congress on Mathematical Education) gehouden: het vierjaarlijkse en meest belangrijke, wereldwijde congres over wiskunde-onderwijs. Tendensen zijn onder andere de modernisering van het algebra-onderwijs, waarbij Nederland duidelijk voorop loopt, en de integratie van nieuwe technologieën, zoals de grafische rekenmachine. In een flink aantal landen wordt deze al gebruikt op de eindexamens. Jan de Lange van het Freudenthal instituut hield de plenaire slotlezing voor zo’n 4000 mensen uit 70 verschillende landen. Paul Drijvers werd benoemd als de Nederlandse vertegenwoordiger in een wereldwijde werkgroep over Computer Algebra in Mathematical Education (CAME). Daar zullen we dus in de loop van de tijd nog wel meer over horen. Jan van Maanen is inmiddels gekozen als voorzitter van de internationale studiegroep History and Pedagogy of Mathematics (HPM). Internationaal hoeven we ons zeker niet te schamen over de Nederlandse inbreng. Later in deze jaargang zullen enkele artikelen verschijnen over wiskunde-onderwijs in het buitenland. Dat kan de discussie hier ook weer in een breder perspectief plaatsen.
Terug naar dit nummer: Euclides wordt inmiddels niet meer geproduceerd door Wolters-Noordhoff. Verderop een korte terugblik met de meest direct betrokkenen. Inderdaad het einde van een jarenlange relatie. Achterin treft u een uitgebreide kalender aan met mogelijk interessante bijeenkomsten. In het verenigingsnieuws is de aankondiging van de jaarvergadering te vinden. Vanaf nummer 3 is het streven om een opiniepagina op te nemen waarin ieder kort en ‘to the point’ zijn of haar mening kan geven over artikelen, ontwikkelingen, dan wel anderen opmerkzaam kan maken op interessante leerstof en gebeurtenissen. Bijdragen voor nummer 3 graag inzenden voor de herfstvakantie. Recente ontwikkelingen maken immers duidelijk dat een sterke vakvereniging met actieve en mondige leden een noodzaak is om de stem van het vak wiskunde goed te laten horen in de ontwikkelingen. Bent u al lid?

Kees Hoogland

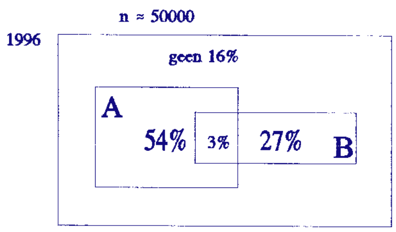
In dit artikel komen de examenresultaten aan de orde aan de hand van de steekproefgegevens die het Cito verzameld heeft (drs. C. Lagerwaard, drs. G. van Lent en H.N. Schuring), met daarbij de vaststelling van de cesuur door de CEVO. De meningen van de docenten vindt men tenslotte in een verslag van de regionale besprekingen van deze examens, georganiseerd door de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren (drs. J.W. Maassen).

Eindexamens vwo en havo, eerste tijdvak 1996

H.N. Schuring, C. Lagerwaard, G. van Lent, J.W. Maassen

De resultaten van de examens

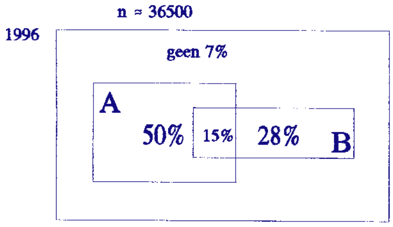
Het geven van een overzicht van de resultaten van deze examens (zie pagina 8) is slechts mogelijk dankzij de medewerking van de betrokken docenten die de gegevens van vijf kandidaten van hun school tijdig hebben opgestuurd.



Keuzegedrag van de leerlingen

Havo

Zoals in nevenstaand diagram te zien is, heeft 16% van alle havo-kandidaten examen gedaan zonder wiskunde. Dat percentage is vergeleken met vorig jaar gelijk gebleven. Het percentage havo-kandidaten dat examen deed in wiskunde A was iets groter dan vorig jaar. Deze langzame stijging is al jarenlang zichtbaar. De deelname aan wiskunde B lijkt zich te stabiliseren na een jarenlange lichte afname. Het percentage dubbelkiezers is in het havo zeer gering.



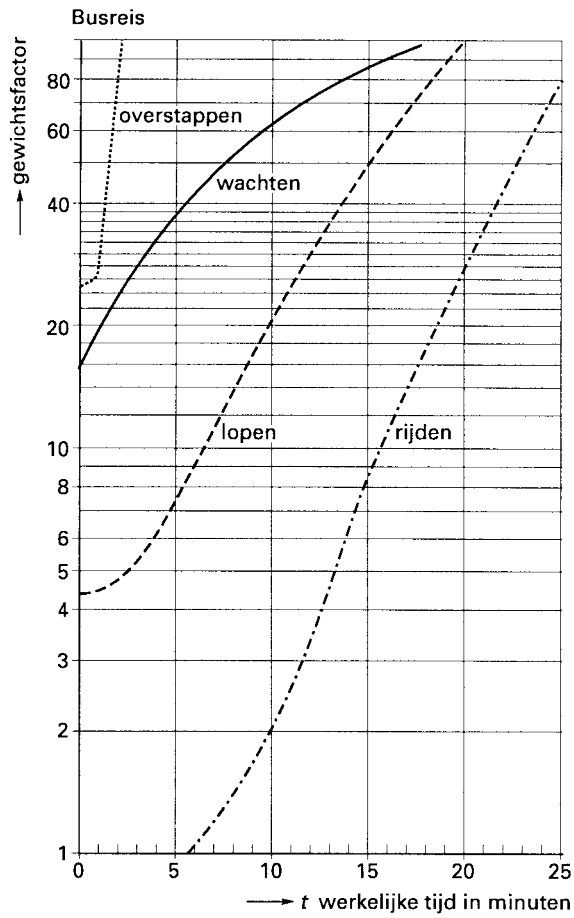
Vwo

Voor vwo-leerlingen is wiskunde nog aantrekkelijker. Slechts 7% van de vwo-kandidaten deed examen zonder wiskunde. Dit aandeel is de laatste 3 jaar vrijwel stabiel. De deelname aan wiskunde A stijgt jaarlijks ongeveer 1 procentpunt, terwijl het aandeel van wiskunde B telkens met hetzelfde kleine getal afneemt. Ook het percentage leerlingen met wiskunde A + B is de laatste drie jaar vrijwel gelijk gebleven.

Vwo wiskunde A

Het examen vwo wiskunde A is dit jaar over het algemeen goed verlopen. Veel docenten vonden het examen wat eenvoudiger dan afgelopen jaar. De gemiddelde score van 65 punten was ook wat hoger dan de score van het afgelopen jaar.
Bij het samenstellen van het examen wordt een goede verdeling van de vragen over de drie leerstofgebieden Toegepaste Analyse, Toegepaste Algebra en Kansrekening en Statistiek nagestreefd.
Opgave 1 en opgave 3 bestonden uit Toegepaste Analyse vraagstukken, opgave 2 uit Kansrekening en Statistiek vraagstukken en opgave 4 uit Toegepaste Algebra en Kansrekening vraagstukken. Hoewel veel leerstofgebieden in het examen vertegenwoordigd waren, misten nogal wat docenten vragen over lineair programmeren en differentiëren. Gegeven het beperkt aantal vragen dat in een examen gesteld kan worden, is het onvermijdelijk dat niet alle leerstofgebieden in elk examen vertegenwoordigd zijn.

Bij het formuleren van de vragen is van belang dat onnodige verschillen tussen de verschillende vakken worden vermeden en dat steeds wisselende vraagformuleringen bij eenzelfde doelstelling worden vermeden. Daarom is een bepaalde standaardisatie wenselijk. Bij open vragen wordt onder andere een onderscheid gemaakt tussen kort-antwoord en lang-antwoord vragen. Bij een kort-antwoord vraag bestaat het antwoord uit een enkelvoudige zin, een formule, een tekening, een getal, enzovoort. Formuleringen die bij dit type vraagvorm horen zijn: Noem …; Hoe… (in kwantitatieve zin, bijvoorbeeld hoe groot); Wie…; Wat…; Waar…; Welke…; Wanneer….
Bij een lang-antwoordvraag moet bijvoorbeeld een redenering, een berekening of een gecompliceerde tekening aan het antwoord toegevoegd zijn. Formuleringen die bij dit type vraagvorm horen zijn: Bereken…; Geef… (bijvoorbeeld geef de oorzaak); Leid af…; Toon aan…; Onderzoek…; Bewijs…; Stel… op; Leg uit…; Beschrijf….
Omdat we bij wiskundevragen geïnteresseerd zijn in het proces, zijn bijna alle vragen lang-antwoordvragen. Toch wordt voor de duidelijkheid van de vraagstelling nog wel eens gekozen voor de kort-antwoordvraag formulering. Dat zijn precies de gevallen waarbij dan in de vraagstelling de zinsnede wordt opgenomen ‘Licht je antwoord toe’. Het gaat er dus om in die gevallen waar de vraagstelling in eerste instantie alleen naar een bondig antwoord verwijst, er voor te zorgen dat de kandidaat ook het proces (berekening, redenering, grafische aanwijzingen) weergeeft hoe hij/zij tot het antwoord gekomen is.
Een nadere beschouwing van de examenopgaven levert het volgende beeld.
Opgave 1 Reistijden was een geslaagd beginvraagstuk. Het



Opgave 1 Vwo wiskunde A

beantwoorden van de vragen die opgehangen waren aan een model over de keuze tussen auto en bus ging de meeste leerlingen goed af. Het nauwkeurig aflezen van de grafieken in vraag 2 was nogal lastig.
Opgave 2 Vlucht TW378 bevatte 3 vragen over deelcontexten in een gezamenlijke setting. De vragen over binomiale verdeling, normale verdeling en een hypothese-toets waren voor leerlingen goed te doen.
In **opgave 3** Vet werd een model gepresenteerd over produktie en verbruik van een plantaardig vet. Zoals was voorzien bleek vraag 11 (met een p’-waarde van 25) waar het maximum van de wereldvoorraad moest worden gevonden voor veel leerlingen erg lastig. Het was een originele vraag: leerlingen moesten met behulp van het tekenen van de lijn $B = P$ en een redenering tot het juiste antwoord komen. 59% had bij deze vraag geen enkel idee hoe het gestelde probleem moest worden aangepakt.
Opgave 4 Uitlenen beschreef een model waarmee kan worden voorspeld hoe vaak boeken zullen worden uitgeleend. Hier wisten veel leerlingen goed raad met de vragen met uitzondering van de laatste vraag (p’ = 20). Hier moesten leerlingen gebruik maken van een voor hen ongebruikelijke formule. Leerlingen zijn niet in tijdnood geraakt bij dit examen. Ook voor de leerlingen uit de ‘wiskunde A sec’-groep was het examen goed te doen. De gemiddelde score van deze groep was 61. Al met al heeft dit er toe geleid dat de CEVO de cesuur gehandhaafd heeft op 54/55. Tot slot wil ik graag de oproep van vorig jaar herhalen:
Bij de analyse van de resultaten is het erg belangrijk te weten of een formulier uit de steekproef hoort bij een kandidaat uit de groep A-sec, de groep A + natuurkunde of de groep A + wiskunde B. Dit jaar was op 19% van de formulieren deze onderverdeling niet aangegeven.

Vwo wiskunde B

43% van alle vwo-kandidaten heeft het wiskunde B-examen afgelegd; vorig jaar was dit percentage 44. Dit examen oogde bij eerste lezing als een zeer redelijk werk, maar tijdens de correctie bleek bij veel docenten dat het niet goed gemaakt is. Veel leerlingen verloren veel tijd met opgave 3, waardoor ze in tijd-

nood gekomen zijn in opgave 4. De eerste vragen waren voor veel leerlingen goede binnenkomers.

Het examen bestond uit 4 opgaven met in totaal 15 vragen.
De gemiddelde score van de 2601 leerlingen uit de steekproef was 53 punten. Omdat dit examen nogal tijdrovend was en het percentage onvoldoenden bij ongewijzigde cesuur 57 was, heeft de CEVO besloten de cesuur op 49/50 vast te stellen. Hierdoor zakte het percentage onvoldoenden tot 45.
Opgave 1 over een derdegraads- en een tweedegraads functie begon met een functie-onderzoek en een ongelijkheid. Beide vragen zijn goed gemaakt, in tegenstelling tot de vragen 3 en 4. Vraag 3, waarin de oppervlakte van de driehoek, met hoekpunten de oorsprong en de snijpunten met een verticale lijn, gegeven is, is tegen de verwachting slecht gemaakt met een p'-waarde van 34. Ook vraag 4, vergelijking van twee integralen, leverde voor veel leerlingen moeilijkheden op; 44% van de leerlingen wist hier niet op te scoren.
Opgave 2, over een parameterkromme, waarvan de tekening gegeven is, had redelijke resultaten in de standaardvraag 5. Vraag 6, over de hoek waaronder de kromme zichzelf snijdt, had een mager resultaat met p' = 49. Vraag 7 over de oppervlakte van een vierhoek, ontstaan door de kromme te snijden met twee lijnen, heeft ook een magere p'-waarde (34), terwijl 58% van de leerlingen hier geen raad mee wist.
Opgave 3 was dit jaar een functieonderzoek met een logaritmische functie, waarvan de grafiek gegeven was.
Het is de vraag of deze opgave beter gemaakt zou zijn als in het functievoorschrift $\ln x^2$ in plaats van $\ln(x^2)$ gestaan had. De vragen 8, 9 en 10 zijn niet erg goed beantwoord, terwijl vraag 11, het bewijs dat de toppen van de grafieken van de functies met parameter op een gegeven hyperbool liggen, erg moeilijk gebleken is. De p'-waarde is 24, terwijl 70% van de kandidaten hierop niet wist te scoren.
Opgave 4 is door velen als een aardige stereometrie-opgave beschouwd, maar omdat dit de laatste opgave van een bewerkelijk examen is, vallen de resultaten tegen, vooral van de vragen 14 en 15. Vraag 15, het tekenen van twee kruisende lijnen, was niet te maken door 69% van de kandidaten. De p'-waarde was slechts 17.

De leerlingen van twee scholen die meegedaan hebben aan een ***experiment met de grafische calculator*** *hebben een afwijkend examen afgelegd.* Opgave 2 is vervangen door een andere parameterkromme waarin de baan van een punt P met coördinaten $(x(t), y(t))$ gegeven is door:

$x(t) = \cos(t + \frac{1}{6}\pi)$ en
$y(t) = \cos(2t)$.

In vraag 5 werden de punten gevraagd met horizontale of verticale raaklijn, in vraag 6 de hoek waaronder de kromme zichzelf snijdt, in de volgende vragen werd $x(t)$ vervangen door $x(t) = \cos(x + a)$.
In vraag 7 werd gevraagd naar de snijpunten met de y-as bij veranderlijke a, in vraag 8 moest aangetoond worden dat de baan een deel van een parabool is als $a = 0$ en in vraag 9 moesten de andere drie waarden van a gevonden worden waarvoor de baan een deel van een parabool is. Tevens moesten de vergelijkingen van de parabolen opgesteld worden.

De p'-waarden van deze vijf vragen zijn respectievelijk: 75, 62, 32, 39 en 30.
In opgave 1 is vraag 1, een functieonderzoek met grafiek, vervangen door de vraag naar de uiterste waarden, omdat in de grafische calculator de grafiek direct afgelezen kan worden.
Omdat de gemiddelde scores van de leerlingen van deze experimenteerscholen op het niet-gewijzigde gedeelte van het examen nauwelijks afwijken van het landelijk gemiddelde en de gemiddelde score op het vervangende deel 2 punten lager is, heeft de CEVO besloten de cesuur voor dit examen te leggen bij 47/48.

Havo wiskunde A

Het examen werd door leerlingen en docenten vrij positief ontvangen. Docenten stelden in meerderheid vast dat het gemakkelijker was dan het examen van 1995. Hoewel dat de meeste docenten tot tevredenheid stemde, klonk soms ook bezorgdheid door over het niveau van het vak gelet op de eisen die vervolgopleidingen stellen.
De gemiddelde score van de 2645 leerlingen uit de steekproef was ruim 65 punten. Van deze leerlingen scoorde 25% 54 punten of minder. De CEVO stelde de cesuur vast op 54/55.
Het examen bestond uit vijf opgaven. Binnen die vijf verschillende contexten werden 19 vragen gesteld. Een aantal vragen was reproductief van aard, bij andere moest de leerling zelf de probleemsituatie analyseren en een aanpak bedenken.
Het examen nader bekeken.
Opgave 1 Overleven. De opzet van de examenmakers om met een vrij eenvoudig vraagstuk te starten bleek geslaagd.
De eerste drie vragen werden zeer goed gemaakt. Vraag 4 over exponentiële groei bleek voor veel leerlingen te moeilijk: de p'-waarde was 36; 59% van de leerlingen scoorde hier 0 punten.
Opgave 2 Verplaatsingen. Qua moeilijkheid kwam deze opgave op

Waar zit de fout?

De scheve asymptoot

Bepaal de scheve asymptoot van de grafiek van:

$$y = \frac{x^2 + 3x + 8}{x + 1}$$

Met een staartdeling vinden we

$$\frac{x^2 + 3x + 8}{x + 1} = x + 2 + \frac{6}{x + 1}$$

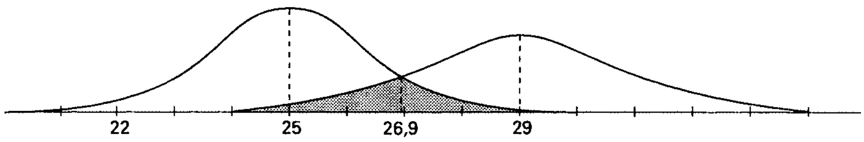
Omdat de laatste term naar 0 gaat als x groot wordt, is de scheve asymptoot de lijn met vergelijking $y = x + 2$.

Delen we de teller en noemer door x, zoals bij het onderzoek naar horizontale asymptoten, dan krijgen we

$$\frac{x^2 + 3x + 8}{x + 1} = \frac{x + 3 + 8/x}{1 + 1/x}$$

Voor grote x is de waarde ongeveer gelijk aan $x + 3$, de scheve asymptoot is dus de lijn met vergelijking $y = x + 3$.

de tweede plaats. De vragen 5 en 6 over boxplot en mediaan werden redelijk gemaakt. De p'-waarden van de vragen 7 (lineaire interpolatie) en 8 (in een klassenindeling het theoretisch minimum vinden van een gemiddelde) lagen net onder de 50.
Opgave 3 Verwarren van munten. Een gemiddeld moeilijke opgave in het midden van het examen. De ongebruikelijke opdracht om een muntstelsel te ontwerpen dat voldoet aan een aantal voorwaarden (vraag 13) werd redelijk uitgevoerd (p' = 55).



Opgave 3 Havo wiskunde A

Opgave 4 Isoleren. De substitueer-en-rekenvraag 14 bleek de gemakkelijkste vraag uit het examen (p' = 95). Ook met de vragen 15 en 16 bleken de leerlingen niet erg veel moeite te hebben.
Opgave 5 Jackpot. De laatste opgave bleek ook de moeilijkste. Helaas is nooit te achterhalen welke invloed de plaats van een opgave in het examen heeft op de scores. Omdat vermoeidheid (en soms ook tijdnood) een rol kunnen spelen naar het einde van een examen toe, wordt er vaak naar gestreefd na een 'vriendelijke' beginopgave de leerlingen in het middendeel de stevige brokken te presenteren om dan met een iets minder moeilijke opgave te eindigen.
Kansrekenen is een vrij moeilijk onderwerp voor havo-A leerlingen. Als houvast is bij vraag 17 een boomdiagram opgenomen. Daarmee hoopten we dat vraag 17 een niet te moeilijke opstap zou zijn voor vraag 18. Toch bleek vraag 18 voor velen te lastig (p' = 40; 53% van de leerlingen scoorde 0 punten). De essentie van het verschijnsel 'toeval', de basis van veel kansrekening, kwam aan bod in vraag 19. Het bleek de vraag met de laagste score (p' = 34) van dit examen te zijn. Maar liefst 59% behaalde hier geen enkel punt.

Havo wiskunde B

30% van alle havo-kandidaten hebben, evenals vorig jaar, aan dit examen deelgenomen. 2% hiervan hebben ook examen afgelegd in wiskunde A.
In de steekproef van 2587 leerlingen is de gemiddelde score 58. Van deze leerlingen scoorde bijna 36% minder dan 55 punten. Dit jaar heeft de CEVO besloten geen cesuurverschuiving toe te passen omdat dit percentage lager is dan vorig jaar na cesuurverschuiving en er geen melding gemaakt is van onvolkomenheden in dit examen.

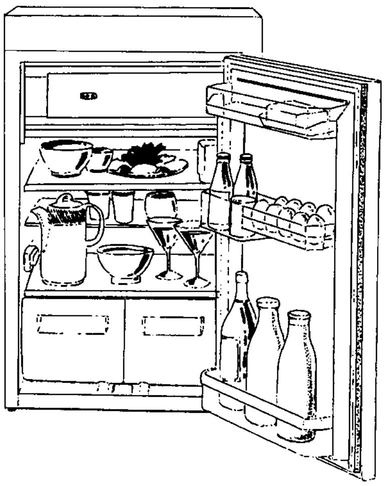
Opgave 1 over een vierdegraads en een tweedegraads functie was met de vragen 1, 2 en 3 een goede binnenkomer, maar vraag 4, het onderzoek of de produktfunctie de x-as raakt, heeft de lage p'-waarde 28, terwijl 52% van de leerlingen hier geen raad mee weet.
Opgave 2 Koelkast, is goed gemaakt, behalve vraag 7.
Veel leerlingen hebben moeite met het differentiequotiënt, 47% wist hier geen raad mee.
Opgave 3 Loods werd redelijk gemaakt. 28% wist de perspectieftekening zonder fouten te maken. De inhoud van de tweede loods leverde voor 28% van de leerlingen onoverkomelijke moeilijkheden op.
Opgave 4 Droogmolen is de moeilijkste opgave van het hele examen.

Met de vragen 15, 16 en 17 met p'-waarden respectievelijk 8, 13 en 16, wisten ruim 80% van de leerlingen geen raad. Het werken met goniometrische formules wordt door veel kandidaten altijd moeilijk gevonden. Hoewel het getallenvoorbeeld van vraag 14 een opstap moest zijn voor vraag 15 en bovendien het antwoord van de herleiding gegeven was, was deze vraag weinig succesvol. Ook het antwoord in vraag 16, de afgeleide, was gegeven terwijl het resultaat zeer laag was.
Sommigen hebben zich afgevraagd of de uiterste standen van de droogmolen inderdaad bereikbaar zijn. Men moet echter bedenken dat het hier slechts om een geraamte van een droogmolen gaat.

Regionale besprekingen 1996

Traditiegetrouw organiseerde de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren ook in 1996 regionale besprekingen voor het examen wiskunde.
Deze bijeenkomsten werden gehouden te Amersfoort, Amsterdam, Arnhem, Goes, 's-Gravenhage, Groningen, 's-Hertogenbosch, Rotterdam en Zwolle.
Bijna 250 docenten bezochten de besprekingen voor wiskunde A havo en ruim 200 de besprekingen voor wiskunde A vwo, de bijeenkomsten voor wiskunde B havo en vwo trokken beide ongeveer 175 docenten.
Evenals vorige jaren werden op de bijeenkomsten aan het begin enige vragen over het examen gesteld. Dit leidde tot de resultaten in tabel 3 op pagina 8.

Van bijna alle bijeenkomsten zijn verslagen gemaakt waarvan een kopie aan de CEVO is gezonden met het verzoek de gemaakte opmerkingen te gebruiken bij het opstellen van de examens voor de volgende jaren.
In dit artikel worden slechts de belangrijkste punten uit de verslagen samengevat.



Opgave 2 Havo wiskunde B

Vwo wiskunde A

Men vond het examen gemakkelijker dan dat van 1995. Uit sommige verslagen blijkt dat men zich afvraagt of het niveau niet aan de lage kant is. Kritiek was er op de geringe spreiding over de stof. Vragen over differentiëren en lineair programmeren werden gemist.
Door het ontbreken van differentiëren en lineair programmeren waren de kandidaten met wiskunde B in hun pakket niet in het voordeel.
Bij de meeste besprekingen was men zeer tevreden over de omvang van het examen en vond men dat het examen, ondanks de soms lange teksten, ook voor taalzwakke leerlingen goed leesbaar was.
Een van de verslagen meldt: 'Prettig dat niet steeds de vereiste nauwkeurigheid is aangegeven' terwijl in een ander verslag staat: 'Een vrij grote groep vindt dat in de opgaven hoort te staan met welke precisie de antwoorden gegeven moeten worden'.
Er was wel veel kritiek op het correctievoorschrift. Er wordt om helderheid gevraagd over zogenaamde stapelnormen en over het verschil tussen simpele rekenfouten en complexe rekenfouten.
Ook vonden sommigen dat de scores slecht verdeeld waren over de onderdelen.
In een verslag staat: 'Vraag 12 is slecht geformuleerd als men kijkt naar de eisen in het correctievoorschrift'.
Een ander verslag eindigt met een verlanglijstje:

- Geef bewerkelijke onderdelen zoals hypothesen-toetsen voldoende punten,
- Geef in de vraag duidelijk aan wat de bedoeling is,
- Geef goed afleesbare grafieken,
- Test in de eerste plaats de wiskundige kennis en op de tweede plaats de leesvaardigheid en algemene kennis en niet andersom.

Weer een ander verslag eindigt met:
Op veel scholen wordt voor de zitting speciaal papier uitgedeeld omdat de kandidaten daarover moeten kunnen beschikken. Na afloop worden deze papieren dan alleen voorzien van naam (en dus waardeloos geworden) weer opgehaald. Het verzoek luidt om voortaan speciaal papier, indien nodig, steeds als bijlage te verstrekken.

Vwo wiskunde B

Algemeen had men kritiek op de omvang van het examen. In de verslagen staat:

- voor leerlingen die handig en vlot rekenen was de omvang van het examen redelijk, voor de wat mindere leerling hebben rekenfouten tot gevolg dat je al heel snel muurvast loopt en niet meer verder kunt,
- veel leerlingen waren 1,5 tot 2 uur met opgave 1 bezig, het was veel werk; 30% van de opgaven was door tijdgebrek niet gemaakt,
- het had duidelijk moeten zijn dat het te veel was omdat er soms veel te weinig punten waren voor veel stappen,

Enige algemene gegevens van de examens.

	vwo-A	vwo-B	havo-A	havo-B
aantal kandidaten	23735	16013	28593	15100
gemiddelde score	65	53	65	58
standaarddeviatie	15	16	16	13
betrouwbaarheid	78	79	78	72
cesuur	54/55	49/50	54/55	54/55
percentage onvoldoenden	25	45	25	36
gemiddeld cijfer	6,5	5,8	6,5	5,8

Tabel 1

p'- waarde van de afzonderlijke vragen van de examens.

vraag	vwo-A	vwo-B	havo-A	havo-B
1	91	90	87	78
2	79	86	71	58
3	86	34	81	60
4	77	41	36	28
5	90	67	68	88
6	51	49	58	83
7	53	34	48	48
8	49	58	49	71
9	66	41	56	80
10	67	38	62	77
11	25	24	54	58
12	61	65	67	45
13	62	43	55	47
14	42	29	95	48
15	76	17	81	8
16	50	–	71	13
17	52	–	58	16
18	20	–	40	–
19	–	–	34	–

N.B. De p'-waarde van een vraag is de gemiddelde score, uitgedrukt in procenten van de maximum score van die vraag.

Tabel 2

	vwo-A	vwo-B	havo-A	havo-B
in vergelijking tot vorig jaar is het niveau van het CSE 1996				
lager	80%	8%	86%	40%
gelijk	20%	68%	14%	58%
hoger	0%	24%	0%	2%
de spreiding over de stof is				
slecht	63%	10%	5%	3%
voldoende	37%	81%	77%	86%
goed	0%	9%	18%	11%
het aantal routinevragen is				
te klein	6%	17%	3%	26%
goed	86%	81%	80%	73%
te groot	8%	2%	17%	1%
het aantal originele opgaven is				
te klein	7%	30%	3%	3%
goed	91%	66%	97%	81%
te groot	2%	4%	0%	16%
het correctievoorschrift is				
te gedetailleerd	5%	0%	0%	0%
goed	72%	95%	89%	40%
te weinig gedet.	23%	5%	11%	60%
de keuze van het startvraagstuk is				
slecht	5%	6%	2%	4%
matig	15%	18%	6%	34%
goed	80%	76%	92%	62%
de leesbaarheid van de vraagstukken is in het algemeen				
slecht	6%	2%	0%	4%
voldoende	71%	54%	52%	68%
goed	23%	44%	48%	28%
de omvang van het CSE 1994 was				
te gering	2%	0%	5%	0%
goed	93%	15%	95%	71%
te veel	5%	85%	0%	29%

De percentages zijn berekend over het aantal aanwezigen dat een keuze deed.

Tabel 3

- toch ook iets tijd te kort, waardoor opgave 4 afgeraffeld moest worden; jammer.
- eerste indruk: prima werk; nadat ik het had nagekeken heb ik mijn mening grondig herzien.

Over het totale werk werd onder andere opgemerkt:

- teveel opgaven waarin met parameters wordt gewerkt,
- een nogal saai, vervelend werk,
- gelijksoortige problemen en vaardigheden komen in diverse onderdelen bijna hetzelfde voor; eenmaal fout is dan soms driemaal fout, helaas…,
- routinezaken mogen wel wat meer scorepunten opleveren,
- ook goede leerlingen vonden het moeilijk,
- bijna alle aanwezigen oordeelden dat de CEVO er niet in was geslaagd het examen een minder grimmig gezicht te geven. ‘Tweemaal zo’n examen achter elkaar is de dood voor je vak!’, verzuchtte iemand,
- simpele rekenfouten veroorzaakten in dit examen een aanzienlijk puntenverlies.

Over de diverse opgaven merkte men nog op:

- opgave 1 is tijdrovend en het laatste onderdeel erg moeilijk.
- in opgave 3, die als moeilijk werd gekenschetst, kost een foutieve afgeleide al gauw 15 punten. Het functievoorschrift met haakjes geeft verwarring. Liever de functie in één breuk.
- als in opgave 4 de doorsnede verkeerd gaat, gaat alles mis. Deze meetkunde-opgave stond op de verkeerde plaats in het examen en was niet maatgevend voor het onderwijs. Punt *Q* ligt op de bijlage niet in het midden.

Over het niveau van het examen was men niet ontevreden.

Havo wiskunde A

Op de regionale besprekingen werd het examen positief onthaald. Men was zeer tevreden, hoewel het examen aan de gemakkelijke kant was, maar ‘zo moet nu havo wiskunde A’. Toch maakte men zich ook enige zorg om het niveau met het oog op het hbo.

Enige opmerkingen uit de verslagen:

- Ook voor allochtone leerlingen deden zich geen echte leesproblemen voor.
- Jammer dat slimme, niet-werkende leerlingen toch hoge cijfers halen.
- Leerlingen konden te vaak naar het reeds gegeven antwoord toe werken in plaats van dat ze zelf na moesten denken.
- ‘Toon aan dat’-vragen zijn niet zinvol als het resultaat verderop niet gebruikt wordt. Het in de war raken omdat het niet klopt, vindt men vervelender dan het hoeragevoel als het wel klopt.
- Er wordt te vaak informatie gegeven die leerlingen zelf moeten weten, bijvoorbeeld ‘de mediaan is…’
- Er zijn te veel vragen over eenzelfde stukje leerstof.
- Veel redeneervragen. Die zijn moeilijk na te kijken.

Havo wiskunde B

Als algemene indruk gaf men dat het geen slecht examen was met een goede opbouw. Weliswaar was opgave 4 erg moeilijk, maar gezien het zeer acceptabele niveau van de opgaven 1, 2 en 3 en de relatief lage puntenwaardering voor de onderdelen 15 t/m 17 past deze opgave wel in het geheel.

Opgave 2 zou, behalve onderdeel 7, ook voor havo wiskunde A geschikt zijn.

Toch vinden sommigen het verschil tussen havo wiskunde A en havo wiskunde B onaanvaardbaar groot. Onderdeel 7, dat gaat over het begin van differentiëren, leverde problemen op omdat de aanpak bij veel leerlingen was weggezakt.

Onderdeel 10 vond men ongelukkig omdat de leerlingen uitgebreid moesten verwoorden wat ze zo zien.

De goniometrievragen uit opgave 4 zijn voor havo-leerlingen te moeilijk. Men ziet liever gewone goniometrische functies.

De meeste kritiek kwam op de droogmolen van opgave 4:

- Een stadsleerling driehoog achter zal zo’n droogmolen nooit gezien hebben. Een foto er bij zou zeker op zijn plaats geweest zijn.
- Opgeklapt 3,60 meter hoog, dat past toch niet in huis of schuur, en daar berg je zo’n molen toch op.
- Bij leerlingen thuis kan de molen maar in 1 stand dicht, met de armen omhoog.
- Om het geheel te begrijpen is een behoorlijk technisch inzicht nodig.
- Zeker met waslijnen is een molen niet in twee standen dicht te klappen. Sommige aanwezigen hadden het thuis uitgeprobeerd en waren tot de conclusie gekomen dat het zelfs zonder waslijnen technisch onmogelijk was.

Met de normering heeft men vaak problemen:

- als in de tekening van onderdeel 11 het grondvlak fout is, zijn er dan nog punten te verdienen voor de rest?
- Als in het correctievoorschrift op een regel 3 of meer punten te verdienen zijn, vraagt men om meer detaillering.

INTERVIEW

'En dan zeggen ze nog weleens dat het onderwijs zo star is!'

Agnes Verweij

Gemma Töns, 43 jaar, docente wiskunde aan het Holtlant College in Leiden, begon haar loopbaan 22 jaar geleden als lerares handenarbeid in het lager beroepsonderwijs voor meisjes.

Hoe ben je in het wiskundeonderwijs terecht gekomen?
Ik werkte nog maar kort als lerares handenarbeid, toen ik uit liefhebberij in de avonduren wiskunde ben gaan studeren. Ik had het altijd al een leuk vak gevonden. Het werd al gauw meer dan een hobby, want het aantal uren handenarbeid op mijn school liep terug en ik kreeg de kans mijn betrekking op te vullen met wiskundelessen. Die lessen bevielen me direct erg goed en dat is zo gebleven. Ik ging door met de studie, haalde eerst de derdegraads bevoegdheid wiskunde, daarna de tweedegraads en uiteindelijk ook nog de eerstegraads bevoegdheid. Voordat het zover was, stapte ik al over naar Rhijnwijck, een havo-mbo/vhbo-school in Leiden waar ik alleen nog maar wiskunde ging geven. Dat was in het schooljaar 1988/1989, een jaar om nooit te vergeten. Alles was nieuw voor me, ik was de enige wiskundeleerkracht en kreeg dus ook direct de examenklassen, ik moest alles zelf uitzoeken en daarnaast nog hard studeren voor mijn eerste graad.

Ben je niet lang op Rhijnwijck gebleven?
Jawel, ik werk er nog steeds. Maar door fusie zijn we een onderdeel geworden van het Holtlant College, een opleidingsinstituut voor volledig dagonderwijs, cursorisch beroepsonderwijs (leerlingwezen) en contractonderwijs. Volledig dagonderwijs wordt gegeven aan ongeveer 3500 leerlingen, verdeeld over de sectoren Economie, Dienstverlenings- en Gezondheidsonderwijs (DGO) en Algemeen Voortgezet Onderwijs (AVO). Ik geef les aan de afdelingen havo-mbo, voorbereidend hoger beroepsonderwijs (vhbo), en Oriëntatie en Schakelen (O&S) van de sector AVO. Sinds kort geef ik naast wiskunde- ook informatica-onderwijs.

Kun je iets meer vertellen over de aard en de omvang van je werkzaamheden?
Het afgelopen jaar gaf ik wiskunde A aan twee klassen havo4/vhbo2 en aan twee examenklassen havo5/vhbo3, met elk 30 leerlingen en 4 lessen per week. Verder leidde ik een klasje O&S-leerlingen op voor het schoolcertificaat wiskunde op vbo/mavo-C-niveau (10 leerlingen, 2 lessen per week). En ik gaf per week 9 lessen informatica, voornamelijk WordPerfect 5.1, aan havo4 en O&S. Omdat het informatica-onderwijs nieuw voor me was, kreeg ik 1 uur per week om me in te werken. Andere taken die ik binnen de school uitvoer, zijn: als mentor optreden en assisteren bij het uitrekenen en in de computer zetten van de rapport- en examencijfers.

Wat vind je het aantrekkelijke van het werken op deze school?
Het belangrijkste is dat onze leerlingen héél erg gemotiveerd zijn. Ze hebben allemaal een vbo- of mavo-opleiding achter de rug en ze komen bij ons om toegang te kunnen krijgen tot het hbo. Het kost helemaal geen moeite om ze aan het werk te krijgen.



Als je bij ons geen les kunt geven, dan kun je het nergens volgens mij. Dat de vragen die ze stellen vaak over de meest eenvoudige rekenstappen gaan, maakt me soms wel een beetje moedeloos. 'Waar ben ik mee

bezig…', denk ik weleens als ik wéér breuken sta uit te leggen. Maar als je dan ziet dat ze keihard werken, dan probeer je het toch maar weer.

Besteed je veel tijd aan het voorbereiden van je lessen?



Er is elk jaar wel iets nieuws waar je je grondig in moet verdiepen. Dat vind ik wel prettig, het houdt je fris. Nu gaat het er bijvoorbeeld om het vhbo-programma, dat vroeger in 4 wekelijkse lesuren van 50 minuten behandeld werd, in 3 lesuren van 45 minuten te gaan doorwerken. Vorig jaar was ik bezig met de inhoud van het informaticaonderwijs. Daarvoor hebben we de invoering van wiskunde A en B gehad, het opzetten van een programma voor schakelen naar C- of D-niveau en een paar maal het inwerken in andere leerboeken. En dan zeggen ze nog weleens dat het onderwijs zo star is!

Hoe is over het algemeen je werkwijze in de klas? Welke boeken gebruik je nu?

Als ik eerst huiswerk bespreek, dan nemen ze daarna niet zoveel meer op. Daarom leg ik meestal eerst klassikaal de nieuwe theorie uit met behulp van bord en overhead-projector. Daarna werken de betere leerlingen zelfstandig verder. De zwakkeren krijgen dan individuele uitleg over het huiswerk en hulp bij de aanpak van nieuwe opgaven. Na een paar jaar met Moderne Wiskunde gewerkt te hebben, zijn we weer teruggekeerd naar de methode Getal en Ruimte. Deze methode geeft meer theorie, mooie voorbeelden, meer uitleg.

Hoe is de verhouding tussen A- en B-kiezers in de havo-mbo- en de vhbo-klassen?

Er is nooit veel animo geweest voor wiskunde B. In 1995 deden acht leerlingen examen in dit vak en hun resultaten waren dramatisch slecht. Ik vond het heel triest, want ze hadden er erg hard voor gewerkt. Gelukkig zijn ze toch allemaal geslaagd; voor sommigen was het een zevende vak dat ze konden laten vallen. Daarna hebben we geen moeite meer gedaan om een B-groepje te krijgen; wiskunde A is al moeilijk genoeg en dit geeft een prima voorbereiding voor de richtingen in het hbo waar onze leerlingen voor opteren. De leerlingen vinden wiskunde A trouwens leuk, ook als ze het nauwelijks aankunnen. Ze zien dat ze het in het dagelijks leven kunnen toepassen, bijvoorbeeld als ze grafieken in de krant zien en daar dan zelf conclusies uit kunnen trekken.
Overigens vind ik het ook prima als een leerling geen wiskunde in het pakket kiest. De suggestie dat je mislukt als je het advies 'Kies exact' niet opvolgt, vind ik onterecht. Zonder wiskunde kun je ook heel gelukkig worden.

Hoe ziet jouw toekomst als wiskundelerares er uit?

Tja, ... ik weet het niet. Havo-mbo en vhbo worden in elk geval afgebouwd. Ik vind dat jammer voor mezelf, maar nog veel meer voor het type leerlingen dat wij trekken. Deze, vaak wat zwakke, leerlingen zijn erg gebaat bij de geleidelijke overgang naar het hoger beroepsonderwijs die onze opleiding biedt. Dat zie je aan het programma: op het havo-mbo moeten twee mbo-vakken in het pakket opgenomen worden, op het vhbo één. Maar daarnaast is de gewenning aan hard werken natuurlijk heel belangrijk.
Dit jaar hebben we voor het laatst vhbo1-leerlingen aangenomen, volgend jaar gaat havo-mbo4 nog één keer van start en een jaar later hebben we dan zowel op de havo-mbo- als op de vhbo-afdeling de laatste examenklassen. Zo zijn er over drie jaar van mijn huidige baan op het Holtlant College alleen nog maar een paar informatica-uurtjes over. Maar we zijn alweer met een volgende fusie bezig en wat dat voor mijn toekomst op school kan gaan betekenen, is nog onduidelijk. Voorlopig ga ik nog maar niet in de kranten kijken.

Bij het einde van een jarenlange relatie

Bert Zwaneveld

Meer dan 70 jaar geleden werd Euclides geboren. Vanaf het begin als een blad van de uitgeverij bij P. Noordhoff, Groningen/Batavia, daarna bij Wolters-Noordhoff, Groningen. De laatste twee jaar was WN de producent en distributeur. Als aan zo'n lange relatie een eind komt, mag dat niet ongemerkt voorbijgaan. De redactie heeft drie mensen van Wolters-Noordhoff, die de laatste jaren nauw bij Euclides betrokken waren, gevraagd aan de hand van een viertal vragen te reageren bij het einde van de jarenlange relatie tussen Wolters-Noordhoff en Euclides. De vragen zijn voorgelegd aan Nol van 't Riet, tot 1990 uitgever voor wiskunde, Willy Broekema, de productiebegeleidster en Stephan de Valk, van 1990 tot 1995 uitgever voor wiskunde.

Hoe heeft Euclides zich de laatste circa 10 jaar ontwikkeld?

(Willy) Van een simpel uitgevoerd verenigingsblaadje tot een goed uitziend volwassen tijdschrift. Het gaat natuurlijk niet alleen om het uiterlijk. Ik herinner me dat vroegere eindredacteuren vooral bezig waren om het tijdschrift 'vol' te krijgen. Er werd niet echt geprobeerd om dat zo leuk mogelijk te doen, niet alleen omdat daarvoor bij de meesten de tijd ontbrak, maar waarschijnlijk inspireerde de lay-out van het blad ook niet tot bijzondere daden.
Agnes Verweij was, dacht ik, de eerste die er serieus mee bezig was om het leuker en anders te doen en Ynske Schuringa heeft dat voortgezet. Het kan natuurlijk ook zijn dat de hele redactie tot andere inzichten gekomen was, maar een feit blijft dat een enthousiaste eindredacteur voor het blad (voor elk blad) van levensbelang is.
(Nol) Hoe Euclides zich de laatste 10 jaar ontwikkeld heeft, weet ik niet zo goed. De laatste 5 jaar ben ik langzaam maar zeker weggegroeid uit de wereld van het wiskundeonderwijs. Dus ook van Euclides. Voorafgaand daaraan ben ik nog wel intensief betrokken geweest bij de ombuiging naar wat we op zeker moment zijn gaan noemen: Euclides, het vakblad van de wiskundeleraar. Kernpunt van die ombuiging was dat we van een soort wetenschappelijke traditie, waarbij



Willy Broekema

(na selectie) geplaatst werd wat ingestuurd was, overgingen naar een redactiebeleid met vaste rubrieken en thema's per nummer en/of jaargang.
(Stephan) Pas de afgelopen vijf jaar ben ik direct bij Euclides betrokken geweest. Daarvoor was ik lezer. De uitstraling van het blad is sterk veranderd: van een, ik ben zo vrij, wat stoffig vakblad, naar een meer eigentijds tijdschrift, dat veel toegankelijker is.

Daarmee werd formeel bereikt wat veel leden dachten dat de situatie altijd al was, namelijk dat Euclides het orgaan van de Vereniging was. Het was een beetje zuur dat het toenmalige bestuur meer achter onze plannen voor die overdracht zocht dan het verbeteren van de kwaliteit en het bewaken van de continuïteit. Net als dat het nu wat zuur is dat bij de eerste gelegenheid het blad ons (nu in onze rol van producent en distributeur) verlaat.



Nol van 't Riet

Wat doet het je dat nu de meer dan 70 jaar lange band tussen WN en Euclides wordt doorgesneden?

(Nol) Dat Euclides na 70 jaar weggaat bij Wolters-Noordhoff vind ik jammer. Het blad heeft een lange historie bij ons. Een jaar of wat geleden hebben wij het eigendomsrecht op Euclides vrijwel om niet overgedragen aan de Vereniging.

Maar we wisten dat dit een consequentie zou kunnen zijn van de overdracht. En zakelijke belangen zullen wel een belangrijke rol hebben gespeeld. Dus we treuren er niet om. Ik wens Euclides dan ook een goede nieuwe producent-distributeur toe.
(Willy) Ik moet eerlijk zeggen dat het meer pijn gedaan zou hebben als dat pakweg 5 jaar geleden was gebeurd dan nu. Om de simpele reden dat ik er toen zo bij betrokken was, het zo goed mogelijk wilde produceren, ondanks alle mankementen. Dat was toch weer elke keer een uitdaging. In het tweede jaar van de huidige lay-out gaat alles dankzij Ynske en niet te vergeten de zetter zo gestroomlijnd dat er voor mij niet veel eer meer aan te behalen is. Maar voor Ynske en Euclides is dat alleen maar goed natuurlijk.
(Stephan) Het is jammer dat er aan zo'n lange traditie en samenwerking een eind komt. Zo'n blad past bij een uitgever die een grote reputatie heeft op het gebied van leermiddelen voor het wiskundeonderwijs. Tegelijkertijd hebben wij deze ontwikkeling zelf veroorzaakt door het verzelfstandigingsproces op gang te brengen. Naar mijn idee heeft dat geleid tot meer mogelijkheden tot initiatief voor de redactie. En dat is op zich een zeer wenselijke ontwikkeling.

Wat vond je het leukste en/of vervelendste aan je werk voor Euclides?

(Stephan) Het leukste vond ik om in samenspraak met de redactie te werken aan een nieuwe uitstraling en bijbehorende nieuwe vormgeving van Euclides. Voorafgaand aan de verzelfstandiging van Euclides lukte het paradoxaal genoeg juist niet om de opzet te veranderen. Dat was toentertijd wel eens frustrerend.
(Nol) Het leukste aan het werk dat ik voor Euclides heb gedaan was het helpen uitdenken van de hierboven genoemde ombuiging van de redactieformule. Het lastigste waren de situaties die soms ontstonden wanneer er personele problemen binnen de redactie waren. Vaak was het dan zo dat bestuur en redactie naar Wolters-Noordhoff keken om het probleem op te lossen. Dat gaf nog wel eens irritatie en het veroorzaakte dan meestal

buitensporig veel werk. Het was ook tegen deze achtergrond dat de gedachte is ontstaan om het eigendomsrecht aan de Vereniging over te dragen. Wat ons betreft was het bedoeld om de eigen verantwoordelijkheid van de Vereniging voor haar eigen blad te onderstrepen.
(Willy) Het contact met de redactie tot voor kort en in het verleden heb ik altijd het leukste gevonden. Vroeger vond ik het een niet echt leuk en vooral tijdrovend werk om de formaten van alle met de kopij meegezonden tekeningen te berekenen, daar was ik echt wel even mee bezig. Tegenwoordig doen Ynske en de zetter dat. Maar verder, alles wat er bij hoorde, leuk of niet, was gewoon mijn werk.

Welke goede raad geef je Euclides mee bij wijze van afscheid?

(Stephan, meer een raad aan de Vereniging dan aan Euclides) Wees zuinig op de leden van de redactie. Zij steken er heel veel tijd in. Ondersteun hen waar mogelijk, opdat zij de kwaliteit en het concept van Euclides in stand kunnen houden.
(Nol) Veel goede raad aan Euclides bij wijze van afscheid heb ik niet. Dicht bij de leden blijven, lijkt mij. Dat betekent dicht bij de wiskundeleraren die dagelijks voor de klas staan (of straks rondlopen in het studiehuis?). Inspelen op vragen als: wat vinden zij leuk aan wiskunde, wat vinden zij leuk aan het onderwijzen daarvan, het kennis nemen van aardige ideeën van collega's daarover en (kritisch) volgen wat er zoal door de plannenmakers bedacht wordt over dat onderwijs. En dat alles een beetje alert, snel inspelen op actualiteit. Een mislukte examenopgave? In het eerst volgende nummer lees je er meer over. Zoiets.
(Willy) Meer een wens dat een goede raad: dat het zoals het nu gaat mag blijven gaan en nog beter. Misschien toch nog een goede raad: houd de leveranciers, zoals de zetter en de drukker in ere. Zij zijn allang niet alleen maar uitvoerders meer, zij moeten, en willen dat ook, meedenken met de redactie en proberen dat in hun werk ook waar te maken. Soms halen ze kunststukjes uit, waar de redactie geen weet van heeft, maar die wel zorgen voor het verlangde resultaat. Als zo'n samenwerking wordt bereikt dan kan Euclides niet meer stuk. Ik wens Euclides en de redactie het allerbeste.



Stephan de Valk

Zelfwerkzaamheid? Zelfstandig leren!

Marja Bos

Inleiding

In het kader van de aanstormende Tweede Fase wordt er op vele scholen op het moment druk geëxperimenteerd met werkvormen, lesindelingen en roosteraanpassingen als voorbereiding op 'Het Studiehuis'. In dergelijke plannen duiken begrippen op als zelfwerkzaamheid, zelfstandig leren, zelfstandig studeren, zelfstandig werken, zelfverantwoordelijk leren, etcetera.
In veel van dit soort varianten is daarbij sprake van een terugtredende docent - of het nu om een vermindering van contacturen gaat danwel om lessen die nauwelijks meer een klassikaal karakter hebben.
In dit artikel wil ik mijn zorg uiten. Ik heb de indruk dat de interpretatie en/of invulling van 'zelfstandig leren' op veel scholen gezocht wordt in 'zelfwerkzaamheid'. Een exclusieve nadruk daarop lijkt me echter niet bevorderlijk voor de kwaliteit van het leren van wiskunde.

Zelfwerkzaamheid

We kunnen constateren dat in sommige opzichten het schoolvak wiskunde vóórloopt met betrekking tot de *zelfwerkzaamheid* van leerlingen tijdens de les. Hoewel er uiteraard grote verschillen zijn tussen individuele docenten, is 'werken in de klas' tamelijk kenmerkend voor wiskunde. 'Dat doen jullie bij wiskunde eigenlijk al lang, hè?', merken collega's van andere vakken op als het gaat over het terugbrengen van de klassikale lestijd in het kader van Tweede Fase-experimenten. En vervolgens zie je op het moment dat veel docenten het gevoel krijgen dat ze niet meer klassikaal *mogen* werken. Klassikaal wordt daarbij gelijkgesteld aan passief consumeren door de leerlingen en dreigt een taboe te worden. Nog even kort aan het begin van de les een centraal moment en daarna aan de slag, vaak min of meer individueel. Dat lijkt ook effectief: 'Hoe meer je onderwijst, des te minder tijd blijft er over voor het leren', zei hoogleraar vakdidactiek Westhoff al. Toch?

Remmende voorsprong?

Maar er dreigt een probleem - in ieder geval voor het vak wiskunde. Docenten vragen om goedgeoliede leerboeken, die toegespitst zijn op zelfwerkzaamheid. Ook bij afwezigheid van de docent moet de leerling verder kunnen. Hobbels in de opgaven lijken daarom vermeden te moeten worden, anders lopen ze maar vast. Aan de vraag van docenten naar helder en dús(?) voorgestructureerd materiaal lijkt in veel recente boeken voor de onderbouw in ruime mate voldaan te zijn. De leerlingen werken maar door, sommetje na sommetje, zonder zich daadwerkelijk te hoeven verdiepen in de leerstof. (Akkoord, ik chargeer enigszins.) Wat is de leeropbrengst daarvan? En gaat het met het materiaal voor 'Het Studiehuis' straks dezelfde kant op?
Natúúrlijk moeten leerlingen zo nu en dan individueel aan de slag. Maar als zelfwerkzaamheid de enige werkvorm is, zal bij veel leerlingen *bezinning* op het geleerde nauwelijks tot stand komen. Daar waar leerlingen in groepjes aan het werk zijn[1], kán bezinning nog op natuurlijke wijze ontstaan doordat de groepsleden elkaar moeten overtuigen, het eigen antwoord moeten verdedigen, de aanpak moeten uitleggen. Als deze vorm van samenwerken echter ook ontbreekt, wordt er al snel dóórgerend in plaats van stilgestaan. Het gevolg? Een vluchtige, oppervlakkige kennismaking met losse sommetjes en afzonderlijke contexten. Leerlingen, in veel gevallen antwoordgericht, lopen daardoor het gevaar niet toe te komen aan reflectie op het geheel, op verbanden en samenhang. En daarmee is een *diepgaande verwerking van de leerstof* in het geding. De hapklare brokken zijn ook zó weer uit het spijsverteringssysteem verdwenen, zonder enig voedend (vormend) effect gehad te hebben.

Wiskunde leren

Zoals aangegeven maak ik me ongerust over de gedachtenloze inzet van op zelfwerkzaamheid geschreven materiaal, soms nog aangevuld met een type studiewijzer waarin ook

de laatste blokkades geslecht worden door de leerling de laatste restjes eigen denkwerk uit handen te nemen: 'Als ik er als docent niet bij ben, moet ik er wel voor zorgen dat ze dóór kunnen.' Helder en overzichtelijk allemaal. Maar wordt de leerling daardoor *beter* in staat gesteld wiskunde te leren?
De zelfwerkzaamheid is door stap-voor-stap gestructureerd materiaal waarschijnlijk gewaarborgd - het zelfstandig leren geenszins. Geleidelijk aan verdwijnt de *uitdaging*, en daarmee ook het *doorzettingsvermogen* van de leerling. Waar blijft het recht van de leerling op het *maken van fouten*, en op het leren van die fouten? Ervaren dat je niet bang hoeft te zijn voor fouten, omdat die onlosmakelijk verbonden zijn met het leerproces, dat is een ervaring die verloren gaat als alle hobbels gladgestreken zijn. En dat, terwijl juist de *houding* van de leerling zo'n belangrijke factor lijkt te zijn bij het welslagen van het leerproces bij wiskunde. Het lef om fouten te maken, de *durf* om de tijd te nemen voor het nadenken over een geschikte probleemaanpak, tussentijds nog eens *terugkijken* en eventueel die aanpak bijstellen, het doorzettingsvermogen om het opnieuw te proberen, de *concentratie* om langere tijd aaneen met een probleem bezig te zijn, het opbouwen van *zelfvertrouwen* ook al hoeft dat niet tot een correct eindantwoord te leiden - wat mij betreft zijn dat essentiële zaken.
Volgens mij is het al met al van belang, dat bij wiskunde het leerproces juist niet al te gladjes verloopt… Er moeten momenten zijn waarop de leerling gedwongen wordt even stil te staan, terug te kijken, zaken op een rijtje te zetten, kritisch door te denken. Dan pas ontstaat de diepgang die vaak nodig is voor het verkrijgen van wiskundig inzicht. De meeste leerlingen doen dat niet uit zichzelf als het niet nodig lijkt. Daarom is het van wezenlijk belang dat de docent die momenten, die hobbels zelf inlast en niet eindeloos wacht totdat er behoefte aan lijkt te bestaan.
Een aantal genoemde aspecten die bij het leren van wiskunde belangrijk zijn vinden we ook terug in de theorieën over wat is gaan heten: Zelfstandig Leren.

Zelfstandig leren

Het veelal singuliere en als zodanig nauwelijks relevante antwoord van een individuele opgave is natuurlijk niet erg belangrijk; het gaat om datgene wat de leerling door middel van het maken van de opdrachten aan wiskunde geleerd heeft. De aandacht moet daarom met name uitgaan naar het leerproces. Veel nadruk zal dan moeten komen te liggen op de explicitering van dat leerproces. En de verantwoordelijkheid daarvoor ligt bij de docent.
Het is niet zozeer de zelfwerkzaamheid waarop de aandacht gericht zou moeten zijn. In feite draait het om het *vergroten van het zelfstandig leervermogen*; de mate waarin een leerling zijn eigen docent kan zijn en daarmee zijn eigen leerproces kan sturen [2].
Succesvolle lerenden blijken beter en vaker *metacognitieve kennis en vaardigheden* te gebruiken: kennis omtrent je eigen manier van leren en vaardigheid in het reguleren daarvan. Bij metacognitie gaat het om managementtaken: *doelen vaststellen, plannen, monitoren (uitvoering in de gaten houden) en evalueren.* Onderzoek[3] geeft aan dat de leerling effectiever leert naarmate hij zelf die taken beter en bewuster hanteert. Het lijkt dus de moeite waard dit soort zaken te onderwijzen.
De goede presteerders zijn zich van het gebruik van hun metacognitie overigens niet altijd bewust, en willen daarover zeker niet lastig gevallen worden ('Het gaat toch goed? Nou dan!'). Maar juist voor zwakkere leerlingen zou de expliciete aandacht voor de metacognitie wel eens van doorslaggevend belang kunnen zijn. Zij zouden bewust gemaakt moeten worden van de eigen metacognitieve kennis en vaardigheden, en vervolgens léren deze verder te ontwikkelen. Bovendien doet zich in hun geval ook de *noodzaak* voor de resultaten te verbeteren, en daarmee wordt het stilstaan bij deze vaardigheden minder kunstmatig, meer natuurlijk.

Wat kan de leraar doen?

Hoe kunnen we onze leerlingen helpen bij het leren van dit soort regulatievaardigheden?
Aparte studielessen, bijvoorbeeld in de brugklas, bleken in het verleden niet effectief te zijn om studievaardigheden te ontwikkelen. Als vaardigheden geïsoleerd onderwezen worden, zijn leerlingen uiteindelijk meestal niet in staat ze toe te passen op het moment en de plaats waar ze ingezet zouden moeten worden. Er vindt geen *transfer* plaats. Expliciete aandacht hiervoor binnen de vaklessen lijkt daarom beter. Eenvoudig is dat overigens zeker niet. Als leraar kun je een begin maken door in gesprek met je leerlingen, met je klas, terug te kijken op datgene wat er geleerd is (wat de leerling boven de losse opdrachten had moeten uittillen), door elkaars aanpak te bespreken.
Aanvankelijk kun je bijvoorbeeld expliciete, *gesloten* vragen stellen:
- Wàt is precies je doel? Waarom staat deze opdracht in het boek, denk je?
- Welke methoden heb je om het probleem aan te pakken, en in welke volgorde ga je daarmee aan de slag?
- Tussentijds kijken: lijkt dit redelijk, gaat het de goede kant op? Bij foutjes: even terugkijken, waar was ik ook weer mee bezig?

- Klaar? Vergelijk je antwoord met de gestelde vraag. Echt klaar: hoe heb je dit probleem aangepakt, kon het handiger, en wat heb je ervan geleerd?

Zo nu en dan kun je als docent dit soort zaken 'hardop denkend' demonstreren; uiteindelijk moet de leerling leren zichzelf deze vragen te stellen - het proces is dan geautomatiseerd. De docent heeft ook een belangrijke (maar moeilijke) rol bij de begeleiding van leerlingen inzake hun leerstrategieën, studievaardigheden en probleemoplossingsvaardigheden. Daarbij zijn klassikale momenten van groot belang: Hoe heb jij het aangepakt? Waarom? Wat leverde dat op? Hoe stuur je je aanpak bij? Wat neem je je nu voor? Etcetera. Een cyclisch proces dat voor ieder verschillend is, maar waarbij veel geleerd kan worden van andermans ervaringen. Bovendien kan de docent waar nodig strategieën expliciet maken, door deze naar voren te halen uit de uitleg van leerlingen over hun aanpak: 'Dus als ik het goed begrijp heb jij eerst wat voorbeeldjes doorgerekend.'

Enkele suggesties

Zelfregulatie zie ik als één van de belangrijkste vaardigheden voor het leren van wiskunde. Daarbij gaat het zowel om reflectie op de leer*stof* als reflectie op het eigen leer*proces*: even afstand nemen, even terugkijken, conclusies trekken, aanpak bijstellen, enzovoorts. Leerlingen moeten leren, zichzelf allerlei (leer)vragen te stellen. Die vaardigheid wordt door de meeste leerlingen niet automatisch ontwikkeld. De docent zal daaraan een bijdrage moeten leveren. In dit artikel zijn al wat mogelijkheden genoemd. Hieronder staan er nog enkele.

- Bij het ontwikkelen van het zelfstandig leervermogen heeft de docent een grote begeleidende rol, bijvoorbeeld bij het doorzichtig en expliciet maken van de verschillende aanpakken van leerlingen, door hen te stimuleren regelmatig te reflecteren op datgene waarmee ze bezig zijn, door samen met de leerlingen te zoeken naar verbanden in de leerstof, door elkaars studieaanpak te bespreken, etcetera. Dat is niet zo gemakkelijk, want in veel gevallen willen de leerlingen liever 'gewoon doorwerken'. Maar ik denk dat die uitdrukkelijke aandacht voor het proces, voor regulatievaardigheden, uiteindelijk zeker z'n vruchten afwerpt. En juist de zwakkere leerlingen, die zich uit zichzelf nauwelijks met dit soort dingen bezighouden, kunnen ervan profiteren.
- *Diagnostische toetsen* kunnen effectiever ingezet worden door ze een nadrukkelijke rol te laten spelen bij het door leerlingen opsporen (en daarna repareren) van lacunes.
- Ook het maken van *eigen producties* (door leerlingen) is een goed voorbeeld. Het bedenken van eigen voorbeelden en eigen proefwerkvragen doet een sterk beroep op actieve leerstofverwerking. Zo kun je leerlingen ter voorbereiding van een proefwerk zelf geschikte vragen laten bedenken, daarbij zelf de uitwerking (en misschien een normering) laten maken en de vragen laten voorleggen aan een medeleerling, bijvoorbeeld twee aan twee. Ze kunnen elkaars werk daarna beoordelen èn vergelijken op gemaakte keuzes, en elkaar en zichzelf adviseren omtrent 'herstel-werkzaamheden'.
- Leerlingen moeten leren, zelf te ordenen, te *structureren*. In veel leerboeken staan de 'handige' overzichten al hapklaar geserveerd; het werk is de leerlingen daarmee al uit handen genomen, opnieuw een leerkans gemist… Laat leerlingen zoveel mogelijk zèlf nadenken over de belangrijkste onderdelen uit een hoofdstuk, laat ze op hun eigen manier een samenvatting maken (schematisch of in eigen woorden), aangevuld met voorbeelden en onderlinge verbanden.
- *Studiewijzers* dwingen ons, leraren, in ieder geval zèlf goed te plannen. Studiewijzers verschaffen onze leerlingen helderheid. Dat ze ervan leren plannen, geloof ik niet altijd. Een gevaar dat aan studiewijzers kleeft, is dat ze zodanig geschreven zijn dat elk initiatief van de leerling tot een eigen verwerking van de leerstof de grond in geboord wordt, zeker als van dag tot dag het (huis)werk voorgeschreven staat, zoals ik dat hier en daar waarneem. Zo'n studiewijzer zou juist ingezet kunnen worden bij het onderwijzen van regulatievaardigheden, door extra opdrachten: 'Vat in eigen woorden samen', 'Maak een toetsopgave over deze paragraaf', 'Schrijf een A4-tje over het begrip 'sinus' en zijn verschijningsvormen; verwerk daarin de samenhang met driehoek - eenheidscirkel - radialen - functie.'
  Zaken die eveneens hun plaats verdienen in een studiewijzer zijn aanwijzingen in de trant van: 'Kijk uit, voor deze opgave zul je waarschijnlijk wel een uurtje nodig hebben; geef dus niet te snel op!' of: 'De volgende opgaven zijn alleen bedoeld als extra oefenstof. Heb je die nodig? Beslis zelf, maar noteer je keuze en je argumenten daarvoor.' Op die laatste manier zou een studiewijzer overigens ook als een soort logboek kunnen fungeren, waarin de leerling gegevens noteert over zijn of haar persoonlijke manier van leren, gemaakte keuzes, conclusies en actiepunten, maar ook om gewoon bij te houden welke opgaven hij of zij moeilijk vond.

- De huidige derdeklassers hebben onder invloed van de basisvorming ongetwijfeld al enige ervaring opgedaan in het maken van *werkstukken*. Bij wiskunde kan dat gebeurd zijn in het kader van GWA, Geïntegreerde Wiskundige Activiteiten. Deze vaardigheid zou in de hogere klassen goed benut en uitgebouwd moeten worden. Het doen van een wiskundig onderzoek(je) vraagt èn bevordert veel wiskundige vaardigheden, zeker ook in het kader van zelfstandig leren. Zowel schriftelijke als mondelinge rapportages helpen daarbij. Misschien zijn dit ook onderdelen waarvoor het mogelijk is de leerling z'n eigen toetsmoment te laten kiezen zonder dat dat een extra beroep doet op de docent. Thuis een opdracht of werkstuk maken om te laten zien dat je de leerstof van een deelonderwerp beheerst? Op die manier kunnen leerlingen echt leren *zelf te plannen*.
- *Groepswerk* stimuleert niet alleen de sociale samenwerking, maar draagt ook bij aan de ontwikkeling van regulatievaardigheden en aan een betere verwerking van de leerstof. Groepswerk nodigt immers uit tot het verwoorden van het probleem, het verdedigen van je idee, het inleven in de redenering van een ander, en het uitleggen van je eigen oplossing. Zo nu en dan een groepsopdracht voor een (groeps)cijfer opgeven sluit ook mooi aan bij de praktijk op heel wat HBO-instellingen. Overigens leidt groepswerk niet noodzakelijkerwijs tot reflectie, maar geschikte voorwaarden en procedures kunnen daartoe beter bijdragen.

Tot slot

Laat wiskunde niet verworden tot een schoolvak waarbij iedere leerling 'in individuele zelfwerkzaamheid' haastig de aangeboden rijen sommetjes afwerkt. Dat is niet alleen dodelijk saai, maar bovendien ineffectief!

Noten

1 *Rijkje Dekker*
Wiskunde leren in kleine heterogene groepen
De Lier: Academisch Boeken Centrum, 1991

2 *Monique Boekaerts & P. Robert-Jan Simons*
Leren en instructie. Psychologie van de leerling en het leerproces
Assen: Dekker & Van de Vegt, 1993

3 *F.P.C.M. de Jong*
Zelfstandig leren, Regulatie van het leerproces en het leren reguleren
Tilburg: Proefschrift KUB, 1992

Verder lezen

- *Martin Nuy en Wim van Vroonhoven*
Zelfstandig leren
Houten: Educatieve Partners Nederland, 1995
- *P. Robert-Jan Simons & Jos G.G. Zuylen (red.)*
Actief en zelfstandig studeren in de Tweede Fase; onderwijskundige en organisatorische vormgeving
Tilburg: MesoConsult, 1994
- *A. Steeman, T. Wubbels & G. Willems (red.)*
Leren om te leren. De rol van leerling, leraar en school
Houten: Educatieve Partners Nederland, 1993
- *Kees Hoogland*
Wiskunde en zelfstandig leren
Nieuwe Wiskrant 15-2, p. 10-14

Studiedag VeEX

De kansen van de onderwijsvernieuwingen voor meisjes van vbo tot vwo.

Op **zaterdag 5 oktober** van 10.00 tot 15.00 uur organiseert de stichting Vrouwen en Exacte Vakken (VeEX) in Utrecht een studiedag voor iedereen die geïnteresseerd is in de positie van meisjes in het onderwijs in de exacte vakken en informatica. Op deze studiedag wordt aandacht besteed aan eventuele gevolgen die de nieuwe onderwijsontwikkelingen hebben voor de positie van meisjes.
Sheila Tobias zal de openingslezing houden. Drie docenten die weleens onderwijsexperimenten hebben uitgevoerd zullen een korte toelichting geven op een paar prikkelende stellingen.
In het middagprogramma wordt een inleiding gegeven over de betekenis en de mogelijkheden van *Internet* voor het onderwijs. Er wordt ook aandacht besteed aan het nut en de organisatie van computergebruik in het vakonderwijs.
De dag wordt afgesloten met de volgende *workshops*:

a Actieve werkvormen;
b Onderzoeksvragen formuleren over onderwijsvernieuwingen en de positie van meisjes in de exacte vakken en informatica;
c Examendossiers in de 2e fase
d Geïntegreerde keuzebegeleiding;
e Realistisch wiskundeonderwijs en de positie van meisjes.

Voor meer informatie kunt u bellen (ma/di/do) of schrijven met de stichting VeEX
Postbus 85475
3508 AL Utrecht
tel. 030-2856746

Nederlandse
Vereniging van
Wiskundeleraren

Van de bestuurstafel

Tweede fase havo/vwo
Op het moment dat u dit leest is alles achter de rug, en heeft de Kamer besloten, maar nu ik dit schrijf (in juni) zijn we er nog druk mee: de voorgestelde invoeringsdatum van de nieuwe tweede fase, augustus 1998. Zowel in onze reactie op het eerste concept examenprogramma als later naar aanleiding van het definitieve voorstel hebben we aangedrongen op uitstel.

De mensen van het PROFI-team en de deelnemende scholen hebben het afgelopen jaar in het experiment een ongelofelijke hoeveelheid werk verzet en in een hoog tempo de eerste versie van soms geheel nieuwe leerstof uigeprobeerd. Desondanks hebben ze minder kunnen doen dan gepland was. Het komend jaar moet er dan ook nog heel veel gebeuren.

Hoewel we uiteraard veel waardering en bewondering hebben voor de wijze waarop er in het experiment gewerkt wordt, is de tijd te kort om iets met de resultaten van het experiment te kunnen doen, zaken bij te stellen, te heroverwegen, voor het in de schoolboeken verschijnt. We vinden dat niet verantwoord.

We hebben dan ook nogmaals in een brief aan de Onderwijscommissie van de Tweede Kamer van onze bezorgdheid doen blijken, en ook het platform VVVO heeft namens de vakinhoudelijke verenigingen een en andermaal op uitstel aangedrongen. In het advies dat de staatssecretaris naar de Kamer heeft gestuurd worden de problemen wel genoemd, maar door haar overkomelijk geacht. We kunnen nu niets anders doen dan afwachten en vertrouwen op de wijsheid van onze vertegenwoordigers.

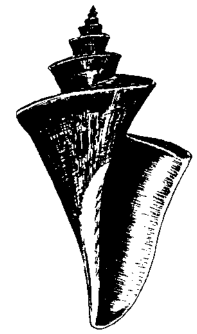
SLO
Voor vakinhoudelijke verenigingen bestaat de mogelijkheid om bij de Stichting Leerplan Ontwikkeling zogenaamde veldaanvragen te doen voor onderzoek. Enige tijd geleden is het door ons aangevraagde project over beroepenoriëntatie in het (i)vbo afgerond met het gereedkomen van bundels over o.a. een nieuwe keuken, een kijkje achter de schermen van het ziekenhuis en tweedehands auto's. Tijdens de regionale bijeenkomsten was hier steeds een werkgroep aan gewijd.

Voor de volgende ronde hebben we een onderzoek gevraagd naar de mogelijkheden van een *zinvolle en verantwoorde toepassing* van informatietechnologie in het wiskundeonderwijs, met name gericht op het inpassen in het programma van de vernieuwde tweede fase havo/vwo. De aanvraag werd ondersteund door de vereniging voor informatiekunde en Informatica, I&I. Na een eerste afwijzing is het nu rond en kan er in dit cursusjaar gestart worden.

Een wat eenzijdige bestuurstafel deze keer, volgende keer ruim aandacht voor andere zaken!

MARIAN KOLLENVELD

Nationale Wiskunde Dagen



De Nationale Wiskunde Dagen vinden dit schooljaar plaats op vrijdag 31 januari en zaterdag 1 februari 1997 Folders en inschrijfformulieren zijn naar alle scholen gestuurd.
Nadere informatie Fi: 030 - 2611611.

Vierkant

De stichting Vierkant organiseert ook dit schooljaar weer wiskundeclubs, bijeenkomsten en wiskundekampen.
Op ***vrijdag 29 november*** *is de jaarlijkse Vierkant-bijeenkomst.*

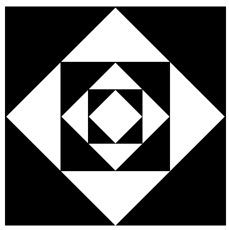
Op de volgende scholen zijn dit schooljaar wiskunde-clubs:

Erasmiaans Gymnasium Rotterdam: Dhr. C. Wildhagen, 010 - 4371894.

Gymnasium Celeanum Zwolle: Mevr. G. de Vries, 038 - 4223722.

Amsterdams Lyceum: Dhr. J. Colle, 020 - 6627790.

Andere scholen worden uitdrukkelijk uitgenodigd om een lokale Vierkant-club te starten. Er bestaat ook een mogelijkheid om de opdrachten schriftelijk te doen.



Bel het Vierkant-secretariaat voor meer informatie: 020 - 4447776 of http://www.cs.vu.nl/~vierkant/

Jaarvergadering/studiedag 1996

Tweede uitnodiging voor de jaarvergadering/studiedag 1996 van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren op **zaterdag 16 november 1996** in het gebouw van:
Het Nieuwe Lyceum
Jan Steenlaan 38
3723 BV Bilthoven
tel: 030-2283060

AANVANG 10.00 u

Certificaat
De NVvW heeft de mogelijkheid om nascholingscertificaten uit te reiken. Wilt u een certificaat ontvangen, vermeld dan bij uw aanmelding ook uw voorletters en uw geboortedatum.
U kunt uw certificaat na afloop van de studiedag (vanaf 15.45 uur) in ontvangst nemen, op vertoon van een geldig identiteitsbewijs. U hebt alleen recht op een certificaat als u de gehele studiedag hebt meegemaakt. Certificaten worden niet nagestuurd.

Kosten
De studiedag is gratis (m.u.v. de lunch) voor leden en voor degenen die nu lid worden. Nieuwe leden betalen tot 1 augustus 1997 als contributie *ƒ* 70,00 , studenten *ƒ* 47,50. Zij ontvangen een welkomstpakket, bestaande uit o.a. het ‘Vademecum voor de Wiskundeleraar’, de brochure ‘Vaardigheden’, de nummers van ‘Euclides’ van de lopende jaargang en de jubileumbouwplaten. Niet-leden betalen een bijdrage in de kosten van *ƒ* 45,00 , studenten *ƒ* 20,00. Wie een lunch bestelt, betaalt daarvoor *ƒ* 15,00.

Aanmelding
Aanmelding dient te geschieden vóór 6 november 1996.

Leden die geen lunch bestellen sturen een briefkaart aan Freek Mahieu, Dommeldal 12, 5282 WC Boxtel.

AGENDA

9.30-10.00 uur
Aankomst, koffie/thee

10.00-10.45 uur
Huishoudelijk gedeelte
a Opening door de voorzitter dhr. dr. J. van Lint.
b Jaarrede door de voorzitter.
c Notulen van de jaarvergadering 1995 (zie Euclides 71-6).
d Jaarverslagen (zie Euclides).
e Décharge van de penningmeester en benoeming van een nieuwe kascommissie. Het bestuur stelt kandidaat: mw. J.P. Warners-De Bruin en dhr. drs. L. Sijp.[1])
f Bestuursverkiezing in verband met het periodiek aftreden van dhr. R.J. Bloem, dhr. R.J. Jongeling en dhr. S.H. Schaafsma. Dhr. Jongeling en dhr. Schaafsma stellen zich herkiesbaar en het bestuur stelt hen kandidaat.
Voor de opvolging van dhr. J.J. Breeman en dhr. R.J. Bloem stelt het bestuur mw. drs. H.B. Verhage en dhr. drs. P.G.M. Kop kandidaat.[1])
g Vaststelling contributie ‘97-’98. Het bestuur stelt voor de contributie vast te stellen op *ƒ* 75,00.

10.45-15.45 uur
Themagedeelte (studiedag)
Thema:‘Vernieuwing, Nuttig en Recreatief’ (zie bladzijde 21-23 voor een gedetailleerde beschrijving van de onderdelen van de studiedag)

10.45-10.55 uur
Inleiding op de studiedag

10.55-11.35 uur
Twee parallelle lezingen i.v.m. komende vernieuwingen

11.35-12.00 uur
Koffie/Thee/Markt

12.00-13.00 uur
Werkgroep I

13.00-13.45 uur
Lunch/Markt

13.45-14.45 uur
Werkgroep II

14.45-15.10 uur
Koffie/Thee/Markt

15.10-15.45 uur
Plenaire lezing: Recreatief

15.45-16.15 uur
Huishoudelijk gedeelte
h Rondvraag (aan de leden die een vraag in de rondvraag willen stellen wordt verzocht hun vragen tijdens de eerste pauze schriftelijk in te dienen bij de voorzitter).
i Sluiting door de voorzitter.

Alle anderen maken een bedrag over op giro 4470718 ten name van NVvW te Boxtel; het voor u geldend bedrag kunt u aflezen uit de volgende tabel:

	zonder lunch	met lunch
lid	briefkrt	*ƒ* 15,00
wordt lid	*ƒ* 70,00	*ƒ* 85,00
niet-lid	*ƒ* 45,00	*ƒ* 60,00
student (wordt lid)	*ƒ* 47,50	*ƒ* 62,50
student (niet-lid)	*ƒ* 20,00	*ƒ* 35,00

U wordt tevens verzocht om op de briefkaart of bij uw betaling duidelijk aan te geven aan welke twee werkgroepen u wenst deel te nemen door de nummers van deze werkgroepen te noteren als bijvoorbeeld: ‘V5-R2’. Tezamen met een eventuele aanvraag van een certificaat noteert u in deze volgorde: werkgroepen/voorletters/ geboortedatum; bijvoorbeeld:‘V5-R2/PJ/11-01-1956’. Dit is de enige mededeling die u bij uw betaling hoeft te plaatsen. Het bedrag geeft namelijk al aan in welke hoedanigheid u aanwezig bent.
Uw aanmelding wordt niet bevestigd. Aan het begin van de dag ontvangt u een sticker met uw gegevens.
Ter plaatse aanmelden is mogelijk, maar u betaalt dan *ƒ* 10,00 extra en u kunt niet deelnemen aan de lunch.

Informatie
Contactpersoon voor de jaarvergadering/studiedag is:
Freek Mahieu, tel. 0411-673468 en in noodgeval:
Agneta Aukema, tel. 0320-226518.

1 Het stellen van kandidaten is nu niet meer mogelijk (zie Euclides 71-8).

Vernieuwing, nuttig en recreatief

Op de studiedag van 1996 wordt inhoudelijk ingegaan op de herprofilering van de tweede fase van het v.o. en het nieuwe leerwegenstelsel voor vbo/mavo. In beide gevallen gaat het o.a. om beperkte vakkenpakketkeuzes, die gebonden zijn aan bepaalde beroepsrichtingen of vervolgstudies. Vandaar het woord 'nuttig' in het thema van de studiedag. Maar wiskunde moet meer zijn dan 'nuttig' alleen en daarom is ook 'recreatie' in het programma opgenomen. Recreatie op het niveau van zowel de deelnemers aan deze studiedag als dat van hun leerlingen. En vooral: hoe geef je vorm daaraan in de klas?

Plenaire lezingen
De dag begint met twee halfplenaire lezingen, waaruit gekozen moet worden.

Eén daarvan gaat over het nieuwe leerwegenstelsel voor vbo/mavo. Marianne Lambriex en Wim Kuipers zullen spreken over 'Een vernieuwd examen op maat?'. Deze zomer heeft de Ontwikkelgroep Wiskunde de staatssecretaris geadviseerd over een nieuw examenprogramma voor vbo/mavo. Bij invoering van het leerwegenstelsel vervallen de B/C/D-programma's die in mei voor het eerst landelijk worden geëxamineerd. Die zijn dan 'oud'. In deze voordracht wordt u uit de eerste hand geïnformeerd over de verschillen tussen 'nieuw' en 'oud' en wat dat voor de praktijk van het wiskundeonderwijs zal kunnen betekenen.

In de andere ochtendlezing wordt ingegaan op de vraag wat er op wiskundig gebied - terecht of onterecht- van een universitaire eerstejaars student in een exact vak verwacht wordt. Deze lezing wordt gegeven door Prof. R. Tijdeman van het Mathematisch Instituut van de Rijksuniversiteit Leiden.

Aan het eind van de middag wordt één plenaire lezing gegeven door Ægle Hoekstra van het Lorentz-Lyceum in Eindhoven onder de titel 'Meneer, meneer, …, gaan we vandaag iets leuks doen?'. Hij laat er alvast dit over los: Alle (mannelijke) wiskundedocenten hebben op deze vraag altijd hetzelfde antwoord. Maar nu even eerlijk, wat is leuk? Wat kun je met 're-creatieve wiskunde' op school? En heeft dat nut? Hoe krijg je 30% van je leerlingen zo gek om mee te doen aan de Wiskunde Olympiade? In deze interactieve lezing wordt gepoogd deze vragen van een antwoord te voorzien.

Werkgroepen
Er zullen werkgroepen zijn rond de drie onderdelen die het thema omvat: het nieuwe leerwegenstelsel voor vbo/mavo, de herprofilering van de tweede fase havo en vwo, de recreatie. Voor en na de lunch kan uit alle werkgroepen gekozen worden. Hieronder worden de werkgroepen kort beschreven; aan de letters V(bo en mavo), H(avo en vwo) en R(ecreatie) in de codes is te zien tot welk onderdeel de werkgroep behoort. Bij aanmelding voor de studiedag tekent u in op twee werkgroepen; zie de pagina hiernaast.
Werkgroep H7 is een bijzondere: die kan over veel meer gaan dan de thematiek van de studiedag; dat hangt geheel van de deelnemers af.

V1 *Tussen twee werelden. De leerling bezien vanuit de eindtermen mavo/vbo én MTO nieuwe stijl, door Jelle Kat, Tom Goris, e.a. (MTO-platform).*
Bieden de revisie van de mavo/vbo-examens en de ontwikkeling van de nieuwe eindtermen en het leerplan MTO voldoende garanties voor een naadloze aansluiting?
Een workshop/discussie, verzorgd door het Platform MTO en docenten mavo/vbo, bestemd voor een ieder die in de aansluitingsproblematiek is geïnteresseerd.

V2 *Tussen vbo/mavo en MAO, tussen oud en nieuw, door Bert Kwakkel e.a. (Agrarisch Opleidingscentrum 't Vanck).*
Docenten uit het 'groene' beroepsonderwijs laten we kennismaken met voorbeelden die de aansluiting en doorstroming nu en straks illustreren.

V3 *Zelfstandig leren in de onderbouw, door Gerrit v/d Heuvel (Revius SG, Deventer) en Harm Udding (SG Huizermaat, Huizen).*
Zelfstandig leren is niet exclusief voor de Tweede Fase havo/vwo. In deze werkgroep komen praktische ervaringen uit de onderbouw vbo/mavo/havo/vwo aan bod. We vertellen van onze ervaringen uit de praktijk: Wat ging er goed? Wat ging er mis? Doel van deze werkgroep is om de deelnemers een beetje ondergrond, inspiratie, ideeën en materiaal te geven voor een experiment in de eigen klassepraktijk.

V4 *Zelfstandig werken en beroepswiskunde, door Jannie Zenderink (Stedelijk Lyceum Enschede) en Pieter van der Zwaart (SLO).*
De lesbladen 'Zeefdrukken' bevatten een stukje beroepswiskunde voor zwakke leerlingen. Bij het uitproberen in een ivbo tweede klas bleek dat de leerlingen in groepjes in staat waren om op zelfstandige wijze (dat is iets anders dan individueel) aan de opdrachten te werken. Jannie Zenderink vertelt

WISKUNDE ALYMPIADE

Het Freudenthal instituut organiseert inmiddels voor de 8e keer de voorronde van de Wiskunde Alympiade. De Wiskunde Alympiade mag zich in een sterk groeiende belangstelling verheugen. Inmiddels doen meer dan 2000 leerlingen jaarlijks mee aan deze wedstrijd. Bovendien lijkt deze vorm van wiskundeonderwijs ook in de toekomstige Tweede Fase vaste voet aan de grond te krijgen. De voorronde vindt dit jaar plaats op **vrijdag 29 november 1996**.
Folders en aanmeldingsformulieren zijn naar alle scholen gestuurd.
Nadere informatie Fi:
030 - 2611611

WWW-ALYMPIADE

Sinds kort bestaat ook de WWW-Alympiade. Dit is een Internet-variant van de Wiskunde Alympiade.
Scholen die aangesloten zijn op Internet kunnen daaraan meedoen op **vrijdag 4 oktober 1996**.
Folders en aanmeldingsformulieren zijn naar alle scholen gestuurd.
Nadere informatie Fi:
030 - 2611611 of
http://www.fi.ruu.nl/nl/Alympiade

De NVvW en Euclides willen op INTERNET!

Wij zoeken naar leden die hieraan mee willen werken. Heeft u belangstelling? Meldt u zich dan bij
Jan Koekkoek
Stullenbaan 34
1602 JC Enkhuizen
tel. 0228 314037

over praktijkervaringen met dit materiaal en Pieter van der Zwaart geeft achtergrondinformatie vanuit het SLO-project wiskunde.

V5 *Vbo- en vso-leerlingen in de nieuwe leerwegen, door Ruud Jongeling (Vso-lom de Windroos).*
De staatssecretaris heeft grote plannen met het vbo en mavo. Het ivbo en het vso zullen als schooltype verdwijnen, wat er voor in de plaats komt is de 'arbeidsmarktgerichte leerweg' en de 'individuele hulpstructuur'. Twee vragen zullen in deze werkgroep centraal staan:
- Wat wordt de positie van de ivbo/vso-leerlingen in deze nieuwe opzet?
- Zullen deze leerlingen voor wiskunde kunnen voldoen aan de voorgestelde eindtermen voor het kerndeel dat toelating geeft tot het Kort-MBO?

V6 *En de A/B leerlingen dan? door Truus Dekker (Freudenthal instituut) en Ineke Humble (SG Grootstal, Nijmegen).*
Ook voor de leerlingen van het vbo die geen C/D-examen doen verandert er volgend jaar veel. Zij doen examen volgens het nieuwe B-examenprogramma. Dat sluit overigens aan bij het nieuwe C/D-programma. Door het Freudenthal instituut zijn de afgelopen jaren experimentele vbo-B-examens gemaakt in samenwerking met het APS. Een docent vertelt over ervaringen met deze examens en beantwoordt uw vragen. Ook de voorbereiding op het examen komt aan de orde. Hoe leer je leerlingen om een goede redenering op te schrijven? Hoe maak je de schoolonderzoeken? Er moet een onderzoeksopdracht gemaakt worden, zijn daar al voorbeelden van? En wordt er ook nog geoefend op routinevragen? Belangrijk voor alle vbo-docenten die een examenklas hebben.

V7 *Echnaton: op weg naar sectoren, door docenten van de Echnaton scholengemeenschap.*
Op scholengemeenschap Echnaton worden leerlingen in de bovenbouw vbo/mavo al gegroepeerd naar beroepsrichting en niveau. Zo ontstaan homogene groepen die begeleid worden door een klasseteam van docenten. De keuze van instapproblemen en contexten wordt afgestemd op de beroepsrichting.
In deze werkgroep krijgt u zicht op de organisatie van een en ander en uiteraard op de consequenties voor de wiskundeles. Het daarbij gebruikte materiaal kunt u bekijken.

H1 *Nieuwe analyse in profiel N&T, door André Holleman (Profi-team) en Ramiro Wanga (Cals College, Nieuwegein).*
Inhoudelijke veranderingen in de 'nieuwe' analyse van het vwo komen vooral in klas 6 te liggen. Het limietbegrip zal bijvoorbeeld op een andere manier geïntroduceerd worden. De convergentie van rijen biedt goede mogelijkheden om de belangstelling van de leerlingen te wekken. Daarbij komen ook begrippen als recursie, inductie, iteratie, en convergentiesnelheid aan de orde. In deze werkgroep laten we iets van de plannen zien.

H2 *Bewijzen bij Vlakke Meetkunde, door Wolfgang Reuter (Profi-team) en Paul Thiel (Cals College, Nieuwegein).*
Traditionele vlakke meetkunde keert terug op school, maar nu in de top van het vwo. Enkele modernere meetkunde-onderwerpen komen aan bod, maar centraal staat toch het leren bewijzen. In deze werkgroep wordt iets over de inhoudelijke keuzen en de ervaringen met het leren bewijzen verteld.

H3 *IT bij meetkunde, door Gerard Stroomer (Liemerscollege, Zevenaar).*
Met behulp van het programma CABRI stelden leerlingen van 5 vwo vermoedens op over diverse meetkundige problemen. Na het experimenteren werden deze vermoedens bewezen. Hoe ging dat in de klas? In de werkgroep wordt CABRI gedemonstreerd en buigen we ons samen met CABRI over een bewijsprobleem.

H4 *De grafische rekenmachine, een kennismakingspracticum, door Alfred Plante en Jo Smits (Geert Grote College, Zwolle).*
Dit practicum is bedoeld voor docenten die nog geen ervaring hebben opgedaan met de GR. Tijdens het practicum wordt kennisgemaakt met de GR en hiervoor ontwikkeld leerlingenmateriaal uit 4 vwo. Verder vertellen we over onze ervaringen met het gebruik van de GR in 4 vwo.

H5 *Technologische hulpmiddelen bij het eindexamen, door Paul Drijvers (Freudenthal instituut).*
'The sky is the limit', wie schreef dat ook weer? Zou dat ook moeten gelden voor de technologische hulpmiddelen, die leerlingen van havo en vwo bij het eindexamen mogen gebruiken? Of is het verstandiger om, in de geest van het voorstel van de Vakontwikkelgroep, alleen grafische rekenmachines toe te laten, die niet beschikken over algebraïsche mogelijkheden?
In deze werkgroep wordt aan de hand van enkele voorbeeldopgaven onderzocht, welke invloed de verschillende technologische hulpmiddelen zouden kunnen hebben op de vraagstelling en de moeilijkheidsgraad van het eindexamen. Gebruikt worden een grafische rekenmachine (de TI-83), een symbolische rekenmachine (de TI-92) en een PC waarop een computeralgebrapakket (Derive for Windows) en een meetkundepakket (Cabri2) geïnstalleerd zijn. Multi-media dus!

H6 *Zelfstandig leren met de computer in 4vwo, door Monica Wijers, Sieb Kemme en Michiel Doorman (Print).*
Afgelopen schooljaar is er op 5 scholen in 4vwo druk geëxperimenteerd met computergebruik en zelfstandig leren bij wiskunde in het kader van het printproject: 'Informatietechnologie in het studiehuis wiskunde'.
De resultaten hiervan zijn veelbelovend. Er zijn 10 opdrachten, prachtige werkstukken van leerlingen, en veel enthousiasme bij zowel leerlingen als docenten. De computer blijkt een belangrijke rol te spelen bij het bevorderen van het zelfstandig leren.
In deze werkgroep laten we aan de hand van het ontwikkelde materiaal en voorbeelden van leerlingenwerk iets zien van de werkwijze, de opbouw naar zelfstandig leren en de rol van de computer daarbij.

H7 *Platform workshop, door Marian Kollenveld en Kees Hoogland (Bestuur NVvW en APS).*
Deze werkgroep is eigenlijk een onderdeel van de jaarvergadering.
We praten in deze werkgroep over onderwerpen die door de deelnemers zijn aangedragen.
Zorg, hoop, wensen, verlangens, een briljant idee of gewoon iets wat u graag zou willen bespreken? Stuur een briefje met daarin uw onderwerp en een toelichting naar Marian Kollenveld, Leeuwendaallaan 43, 2281 GK Rijswijk.

R1 *Zeepvliezen: het vermaak van kinderen en wiskundigen, door Hans van Lint (Van der Capellen SG, Zwolle).*
In de workshop zullen met eenvoudige draadfiguren allerlei zeepvliezen getoond worden. In de stabiele configuraties van oppervlakken zit veel wiskunde verscholen. Deze wiskunde is met leerlingen op verschillende niveaus te bespreken. Naast kijken en luisteren is er in de workshop gelegenheid zelf zeepvliezen te maken en met elkaar van gedachten te wisselen over de mogelijkheden om met een klas hier mee bezig te zijn.
Ter sprake zal ook komen het bekende probleem van de dichtste pakking van cirkels en bollen.
De workshop is een gedeeltelijke herhaling van een workshop die tijdens de N.W.D.1996 is gehouden.

R2 *Vierkant voor Wiskunde, door Jef Colle (Amsterdams Lyceum, Amsterdam).*
Aan bod komen de activiteiten van Vierkant: de zomerkampen, de doe-bakjes, maar vooral de wiskundeclub op school zelf. Er zal voorlichting zijn over: 'Hoe maak je opdrachten voor leerlingen zo, dat zij ze óók nog leuk vinden?', of: 'Hoe moet je collega's (of directie) meekrijgen?'

R3 *De Kangoeroewedstrijd, door Jan van de Craats (Universiteit van Amsterdam, Open Universiteit).*
Voor de tweede maal is deze onderbouw wiskundewedstrijd gehouden. De ontstaansgeschiedenis en de achtergronden zullen verteld worden.
Kun je de leerlingen op Kangoeroe voorbereiden? En ... uiteraard moet er ook door uzelf gepuzzeld worden!

R4 *Instant Insanity, door Jan de Geus (Chr. College De Populier, Den Haag).*
Vier gekleurde blokjes op elkaar stapelen zodat elke zijde 4 verschillende kleuren laat zien. NETWERK 1mhv gebruikt dit onderwerp als verdiepingsstof voor de grafentheorie. Een oplossingsmethode zal verteld worden. Tevens is er een tentoonstelling van dit type puzzel uit de puzzelverzameling van de spreker.

R5 *Onderzoeken? puzzelen? spelen? door Harrie Broekman (IVLOS, Rijksuniversiteit Utrecht).*
Wat is eigenlijk zo belangrijk hieraan? En wat is zo belangrijk aan wiskunde leren? Waarom proberen we niet meer gebruik te maken van onze 'natuurlijke' drang tot spelen, puzzelen en onderzoeken in het onderwijs?
Wil je geprikkeld worden door een in de klas beproefd voorbeeld met veel mogelijkheden tot 'snuffelen', dan ben je welkom bij deze workshop. Er is tevens een collectie puzzels en spelen aanwezig.

Rectificatie

In nummer 7 van jaargang 71 is het proefschrift van J.Chr. Perrenet besproken. De heer Perrenet werkt al enige jaren aan de Rijksuniversiteit Limburg, maar is gepromoveerd aan de Universiteit van Amsterdam.

Mededeling

De jaarinhoud van de 71e jaargang komt in nummer 2 of 3.

De redactie

Brief aan de Staatssecretaris

Aan:
Hare Excellentie Mevrouw T. Netelenbos
Staatssecretaris van OC&W
Postbus 2500
2700 LC ZOETERMEER

Leusden, 14 april 1996

EXCELLENTIE,

Tot dusver is ons gebleken dat de overheid in de persoon van uw persoon vasthoudend streeft naar het invoeren van nieuwe inhouden, structuren en organisatie in de tweede fase van het V.O., met bijbehorende nieuwe examenprogramma's, met ingang van het cursusjaar 1998-1999 voor de vierde klas van HAVO en VWO.
Ofschoon wij kunnen instemmen met de voorgestelde vernieuwingen in de tweede fase van het V.O., zijn wij van mening dat het invoeren van nieuwe examenprogramma's, met ingang van het cursusjaar 1998-1999 voor de vierde klas van HAVO en VWO, voor het schoolvak wiskunde tot onoverkomelijke problemen zal leiden.
Op dit moment is een project gaande (het ProFi-project, in opdracht van de stuurgroep tweede fase V.O.) omtrent de nieuwe programma-onderdelen in de wiskunde-programma's voor het VWO. De uitkomsten van dit project moeten leiden tot een gedetailleerde beschrijving van de nieuwe programma-onderdelen, maar kan evenzo goed leiden tot de conclusie dat voorgestelde nieuwe onderdelen (toch) niet realiseerbaar zijn binnen het V.O. Op dit moment is al duidelijk dat de uitkomsten van het ProFi-project later dan gepland beschikbaar zullen komen en dat leermiddelenmakers de uitkomsten van het project dus niet kunnen betrekken bij het ontwikkelen van nieuwe leergangen voor de tweede fase.
Overigens zij opgemerkt dat zelfs voor programmaonderdelen waarvoor niet geëxperimenteerd wordt, zoals de HAVO-wiskunde, de ontwikkeling van adequate leermiddelen onder grote druk staat. Terwijl de overheid op dit moment nog geen programma's heeft vastgesteld, moeten auteurs van schoolboeken hun kopij nu al schrijven en voor de jaarwisseling 96-97 in definitieve vorm bij uitgevers aanleveren.
De haast die u betracht bij het invoeren van de vernieuwde tweede fase, baart ons zorgen. Wij vrezen dat in 1998 geen uitgebalanceerde programma's voor handen liggen en geen adequate leermiddelen beschikbaar zijn. De door ons onderschreven bedoelingen van de voorgenomen vernieuwingen in de tweede fase van het V.O. zullen daardoor niet gerealiseerd kunnen worden; tevens dreigt de positieve grondhouding van leraren jegens de vernieuwde tweede fase dankzij onvoldoende ontwikkelde en uitgeteste programma's en leermiddelen teloor te gaan en plaats te maken voor weerstand jegens de voorgenomen vernieuwingen.
De examens en de examenresultaten voor het vak wiskunde zijn in de afgelopen jaren aan veel kritiek onderhevig. Overhaast ingevoerde en onvoldoende uitgeteste en uitgebalanceerde examenprogramma's zullen de kwaliteit en de resultaten van de examens zeker in negatieve zin beïnvloeden en dus tot nog meer kritiek leiden.
Wij menen u dringend te moeten adviseren invoering van de nieuwe examenprogramma's voor het schoolvak wiskunde, cq de vernieuwde tweede fase van het V.O. ten minste één jaar uit te stellen, zodat vierde klassers in het schooljaar 1999-2000 de eersten zijn, die nieuwe examenprogramma's gaan volgen. Een dergelijk advies hebben wij in eerdere stadia al aan de stuurgroep tweede fase V.O. gegeven en wij betreuren het zeer dat onze welgemeende en goedbedoelde adviezen in deze, zonder enige toelichting terzijde zijn geschoven.
Wij willen met nadruk stellen dat gedeeltelijke invoering van nieuwe programma's zeker geen alternatief is en alleen maar tot chaos zal leiden. Een nieuw examenprogramma moet (ook al opdat leergangen een adequate invulling kunnen krijgen) in één keer zorgvuldig en zorgvuldig voorbereid worden ingevoerd. Aan de voorwaarden voor een dergelijke invoering per 1-8-1998 kan niet worden voldaan.
Wij nemen aan dat u ons advies zeer serieus neemt.

Hoogachtend,

R.J. Bloem
Secretaris NVvW

Noot

Bovenstaande brief heeft het bestuur van de NVvW aan de Staatssecretaris gestuurd, omdat zij de invoering van de vernieuwde 2e fase in 1998 niet haalbaar acht.

Zelfstandig leren met een grafieken-programma bij de hand

Anne van Streun

Een verdere uitbreiding van het gebruik van technologische hulpmiddelen in de school staat voor de deur. Net als bij het mbo, het hbo en het wo spelen computerprogramma's een steeds grotere rol in het wiskundeonderwijs. In de Tweede Fase van havo-vwo wordt een grafische rekenmachine ingevoerd, die niet alleen kan rekenen, programma's uitvoeren en data verwerken, maar ook grafieken kan tekenen en manipuleren. Eigenlijk wordt die machine ten onrechte een grafische rekenmachine genoemd, want het is gewoon een handpalmcomputer met ingebouwde software. Dit artikel gaat over de vraag wat de didactische winst kan zijn van het bij de hand hebben van zo'n zakcomputer, die snel een aantal grafieken kan tekenen en manipuleren. De aandacht gaat daarbij vooral uit naar de rol die zo'n hulpmiddel kan hebben bij het vorm geven van zelfstandig wiskunde leren.

Technologische hulpmiddelen

In Nederland staan we op het punt om een nieuw hulpmiddel in het wiskundeonderwijs te integreren, namelijk de handpalmcomputer, die veel meer kan dan de gewone zakrekenmachine. Net als bij de invoering van de rekenliniaal en de zakrekenmachine (eerst alleen vanaf leerjaar 3) gaan er weer stemmen op van verontruste wiskundeleraren die bang zijn dat essentiële vaardigheden dreigen verloren te gaan of van ontevreden leraren die vinden dat de technologische vernieuwing in de school niet ver genoeg gaat. De zakcomputer met ingebouwd een grafiekenprogramma, een statistisch programma, een rekenprogramma onder andere voor matrices en met programmeerfaciliteiten ligt nu binnen het bereik van onze leerlingen in de bovenbouw havo-vwo. Of de fabrikant nu Casio heet, of Texas Instruments of Hewlett Packard, dat doet er minder toe. Vast staat dat de grens tussen die calculators en de andere handpalm-computers, waar je programma's in moet laden, steeds kleiner wordt. Zie bijvoorbeeld ook het artikel van Paul Drijvers over de TI-92 in dit nummer. De directe beschikking over computerprogramma's binnen handbereik voor iedere leerling tot en met het eindexamen is natuurlijk veel ingrijpender dan de aanwezigheid van enkele computerlokalen in de school. Die zijn er nu ook al en mijn meest optimistische schatting is dat gemiddeld per klas en per jaar een vijftal wiskundelessen in dat computerlokaal worden doorgebracht. Dat is van een heel andere orde dan het dagelijks gebruik van een rekenmachine of een grafische calculator.

Zelfstandig leren van wiskunde

Zelfstandig *werken* kan eenvoudig worden bevorderd door alle denkhobbels bij voorbaat glad te strijken, zodat leerlingen lekker door kunnen werken. Problemen worden opgesplitst in kleine vraagjes, grotere onderwerpen of leergebieden worden in kleine eenheden tot hapklare brokken omgewerkt, antwoorden en uitwerkingen komen zonder controle ter beschikking van de leerlingen, in studiewijzers wordt de enige leerweg voorgeschreven, enzovoort. In tal van scholen dreigt het wiskundeonderwijs al te versloffen tot een eenzijdig sommen maken, iedereen op zijn eigen houtje en straks in de eigen studie-nis. Op die manier leren leerlingen evenwel niet om problemen aan te pakken, om hun kennis te laten functioneren in nieuwe situaties en in de werkelijkheid om hen heen. In alle ß-vakken staan nu juist die probleemoplossings- en onderzoeksvaardigheden centraal, omdat in die vakken het functioneren van de vakkennis (begrippen, methoden, wetten, betekenissen) in toegepaste en/of realistische situaties terecht het voornaamste leerdoel is geworden. Ook in verband met de aansluiting op het hoger onderwijs worden die vaardigheden, gekoppeld aan het denkgereedschap uit de vakken, steeds weer genoemd.
In de nieuwe Tweede Fase is er zo een spanningsveld tussen het zelfstandig laten werken aan opdrachten en het stimuleren van een goede begripsvorming en probleemaanpak. Belangrijke wiskundige activiteiten zijn moeilijk te stimuleren met enkelvoudige, sterk voorgestructureerde opgaven, die zo

prettig tijdens het zelfstandig werken kunnen worden geliquideerd. Heuristisch *oriënteren* aan de hand van echte probleemstellingen op nieuwe begrippen en methoden bevordert de begripsvorming en het doen functioneren van de vakkennis in nieuwe situaties. Zelfstandig *exploreren* van relaties in brede onderzoeksopdrachten is eveneens onmisbaar om de vereiste probleemoplossingsvaardigheden en onderzoeksvaardigheden te ontwikkelen. Om de leerwinst op een hoger niveau te brengen is het (interactief) *reflecteren* op wat er is geleerd essentieel. Dat betreft de betekenissen van begrippen/ methoden maar ook het terugkijken op de eigen probleemaanpak, het zelf kunnen *controleren* van de uitkomsten en het zelf trekken van conclusies. De kunst is om dat met concrete opdrachten te stimuleren. In vakken als natuurkunde, scheikunde en biologie is het *zelfstandig onderzoek* al gewoon en in de ß-profielen is het uitvoeren van zo'n onderzoek straks verplicht. Zowel binnen de wiskunde als vakoverstijgend passen dergelijke opdrachten uitstekend binnen de doelen van de Tweede Fase en het *zelfstandig leren.*
Voor het gebied van de verbanden, de functies of de analyse in de bovenbouw havo-vwo maakt de invoering van de grafische rekenmachine het mogelijk om leerlingen inderdaad zelfstandig te laten oriënteren, exploreren, onderzoeken en controleren zonder dat alles is voorgeprogrammeerd in het schriftelijk lesmateriaal of weggegeven in klappers met uitwerkingen. Daar gaat het vervolg van dit artikel over.
Daarnaast biedt het in groepjes uitwerken van grote opdrachten veel mogelijkheden door het zelfstandig gebruiken van computers met programma's voor statistiek, ruimtemeetkunde, vlakke meetkunde en symbolische algebra. Het PRINT-project in 4 vwo geeft goede voorbeelden van onderzoeksopdrachten.
Het schoolexamen zal straks voor een belangrijk deel uit dat praktisch werk moeten bestaan.

De grafische rekenmachine bij analyse

Volgens het voorstel van de vakontwikkelgroep zal de grafische rekenmachine tot op het eindexamen gebruikt gaan worden en wordt in het algemeen het computergebruik bevorderd. Voorlopig blijven die computeractiviteiten *additioneel*, al was het alleen maar wegens de logistieke problemen met de paar computerlokalen per school. De *integratie* van de grafische rekenmachine in de gewone leerstof heeft daarentegen een enorme invloed op de mogelijkheden om zelfstandig leren te bevorderen, juist bij het lastigste leergebied van de algebra of analyse. Kort samengevat kom ik op de volgende didactische voordelen.

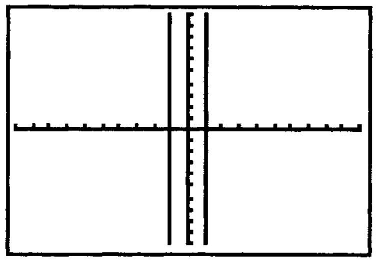
De grafische rekenmachine:
I *maakt zelfstandig oriënteren op kenmerken van functies en grafieken mogelijk;*
II *visualiseert allerlei lastige begrippen en bevordert daardoor het inzicht;*
III *maakt zelfstandig exploreren van families van functies (parameters) mogelijk;*
IV *bevordert het zelfstandig controleren van uitkomsten van berekeningen ;*
V *is een stimulerend hulpmiddel voor zelfstandig onderzoek.*

Voorbeelden

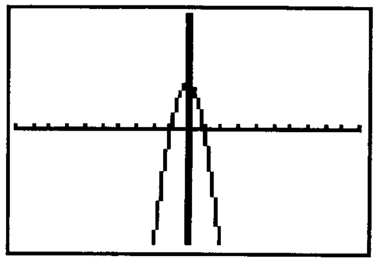
Met name in de Verenigde Staten zijn al tientallen schoolboeken verschenen waarin van de grafische rekenmachine gebruik wordt gemaakt. De Engelse methode School Mathematics Project veronderstelt voor het A-level dat iedere leerling een grafische rekenmachine of een computer met grafiekenprogramma bij de hand heeft. De meeste voorbeelden komen uit het Amerikaanse lesmateriaal.

I Leerlingen moeten eerst leren zoeken naar kenmerken van het verloop van de grafiek. Een aantal boeken spreekt van het zoeken naar de 'complete graph' bij de functie. Dat gaat bij de functie $f(x) = x^4 - 401x^2 + 400$ als volgt.

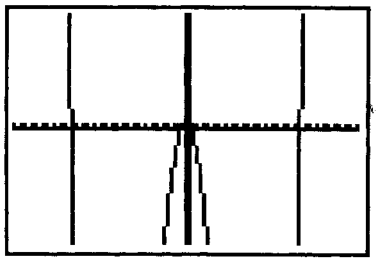
1. Standaardinstelling:
$-10 \leq x \leq 10$ en $-10 \leq y \leq 10$



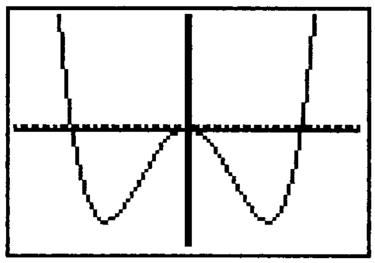
2. Het venster aanpassen:
$-10 \leq x \leq 10$ en $-1000 \leq y \leq 1000$



3. Verder zoeken:
$-30 \leq x \leq 30$ en $-5000 \leq y \leq 5000$



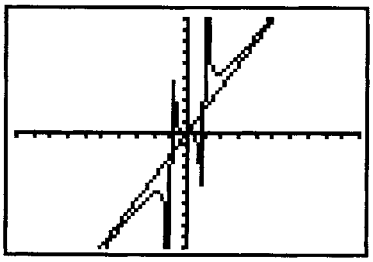
4. De volledige grafiek:
$-30 \leq x \leq 30$ en $-50000 \leq y \leq 50000$

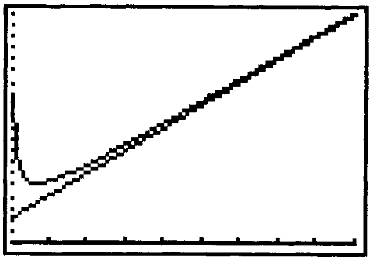


II Sommige boeken maken veel werk van het visualiseren van lastige begrippen.

1. Asymptoten opsporen en verklaren!

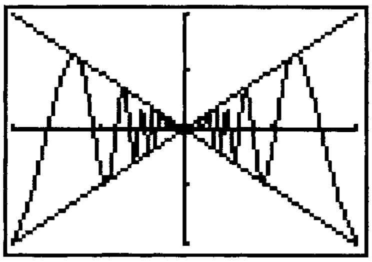
$$f(x)= \frac{2x^3}{x^2-1}$$





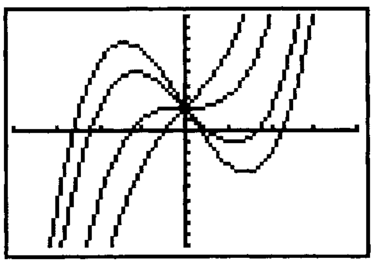
2. Insluitstelling voor limieten.

$$-|x| \le x \sin\left(\frac{1}{x}\right) \le |x|$$



III Het heuristisch onderzoek van families van functies en de betekenis van een parameter is zeker voor de ß-profielen van belang.

$$f_a(x) = x^3 + ax + 2$$



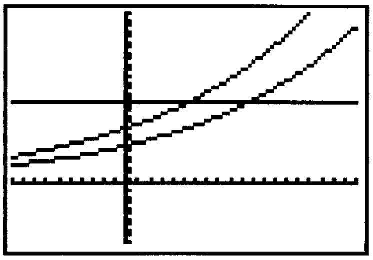
Voor de hand liggende vragen zijn:
- Door welk punt gaan alle grafieken?
- Hoeveel snijpunten heeft de grafiek van f_a met de x-as? Zoek dat uit voor de verschillende waarden van a.
- Wat kun je zeggen over het aantal stationaire punten?

Zodra leerlingen kunnen differentiëren, is het mogelijk om daarmee het laatste antwoord te laten onderbouwen.

IV Leerlingen kunnen door middel van plotten snel controleren of de uitkomst van een berekening acceptabel lijkt. Dat geldt bijvoorbeeld ook voor het controleren van een gemaakte formule of van het gevonden vermoeden van een afgeleide. De volgende strategie voor het vergelijken van grafieken wordt veel gebruikt.

$f(x) = 2x$ en

$$k(x) = \frac{2^{x+0{,}001} - 2^{x-0{,}001}}{0{,}002}$$



Uit de grafiek van het quotiënt

$\frac{k(x)}{f(x)}$ is op te maken dat $f'(x)$ = constante $\times f(x)$, waarbij de constante gelijk is aan $f'(0)$. Dat geldt na enig onderzoek voor alle exponentiële functies en zo komt het getal e in beeld.

Verder lezen

Met de invoering van de Tweede Fase moet de grafische rekenmachine in het wiskundeonderwijs worden geïntegreerd. Daar is in Nederland nog heel weinig ervaring mee. Bekend is het experimentele werk van het Freudenthal instituut, dat in twee scholen is uitgeprobeerd. Het recent verschenen leerstofpakketje Functies en Grafieken van het Fi bestrijkt het begin van het onderwerp functies en wordt in dezelfde twee scholen in ’95-’96 beproefd. Het lesmateriaal van Wiskunde Lijn 4 vwo wordt eveneens in een aantal experimenteerscholen voor het zelfstandig wiskunde leren gebruikt. In het onderzoeksproject HATEC zijn in ’95-’96 de effecten van het gebruik van de grafische rekenmachine in een dozijn klassen 4 vwo onderzocht. Het GION heeft in samenwerking met de werkgroep wiskundedidactiek van de Rijksuniversiteit Groningen dat onderzoek uitgevoerd. De eindrapportage bestaat uit vier verslagen:
- Resultaten en een verantwoording van het onderzoek HATEC van Egbert Harskamp (GION) en Anne van Streun (IWI).
- Een gedetailleerd verslag over het onderwijs en de effecten voor vier onderwerpen in 4 vwo van Martin Traas, afstudeerder wiskundedidactiek RUG.
- Een verslag over elders uitgevoerd onderzoek naar het gebruik van de grafische rekenmachine van Ingmar Rensema, afstudeerder wiskundedidactiek RUG.
- Een verslag over het gebruik van de grafische rekenmachine in tientallen schoolboeken van Edwin Oude Engberink, afstudeerder wiskundedidactiek RUG.

De verslagen zijn in het bijzonder bestemd voor leraren en onderwijskundigen, die zich breder willen oriënteren op de didactische mogelijkheden en risico’s van het gebruik van de grafische rekenmachine. Ze zijn tegen kostprijs verkrijgbaar bij het GION en ook aan te vragen bij:
Martha Witterholt
Wiskundedidactiek
Postbus 800
9700 AV Groningen
tel. 050 - 3637121.

De TI-92 in de lerarenopleiding

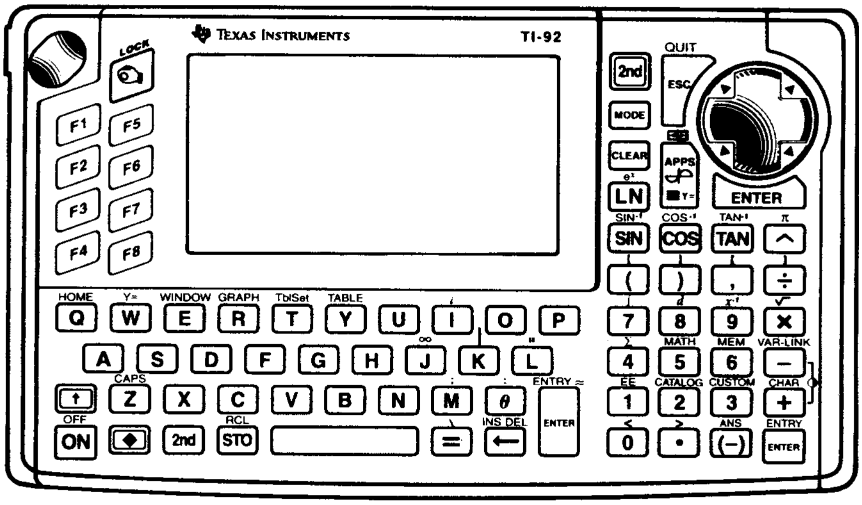
Oude liefde roest niet

Paul Drijvers

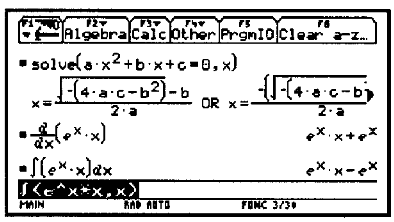
Terwijl de discussie over de landelijke invoering van de grafische rekenmachine in de tweede fase van havo en vwo nog volop gevoerd wordt, dient zich reeds een opvolger aan: de symbolische calculator. Ik doel op de TI-92 van Texas Instruments, die algebraïsche bewerkingen kan uitvoeren en interactieve meetkunde mogelijk maakt, terwijl de machine veel lichter en kleiner is dan een notebook-computer.
In het voorjaar van 1996 werd ik in de gelegenheid gesteld om met mijn eerstejaars wiskundestudenten van de lerarenopleiding te experimenteren met deze machine. Eén van de aandachtspunten van dit experiment, waarvan dit artikel het verslag vormt, was de vraag in hoeverre de TI-92 de PC kan vervangen. In de evaluatie was één van de vragen dan ook: ‘Wat gebruik je het liefste, de PC of de TI-92?’ Een studente antwoordde hierop: ‘De PC, want oude liefde roest niet.’ En zo komt dit stukje aan zijn titel.

De TI-92

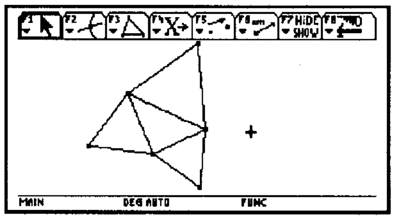
In afbeelding 1 ziet u de TI-92. Deze machine, in 1995 door Texas Instruments geïntroduceerd, heeft de afmetingen van een schoolboek, en past dus zonder problemen in een boekentas. Net als een grafische rekenmachine kan de TI-92 grafieken tekenen, tabellen maken en nulpunten, extremen, afgeleiden en oppervlakten benaderen.
Maar er is meer. De TI-92 kan ook symbolisch rekenen, omdat de kern van het computeralgebra-pakket Derive is geïmplementeerd. Daarmee kan men onder andere vergelijkingen exact oplossen, afgeleide en primitieve functies bepalen en formules manipuleren.



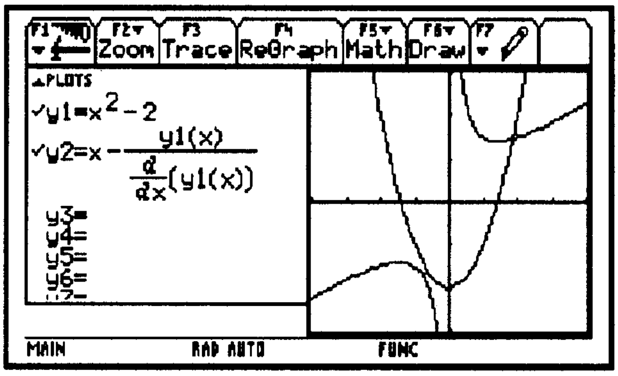
Afbeelding 1


Afbeelding 2

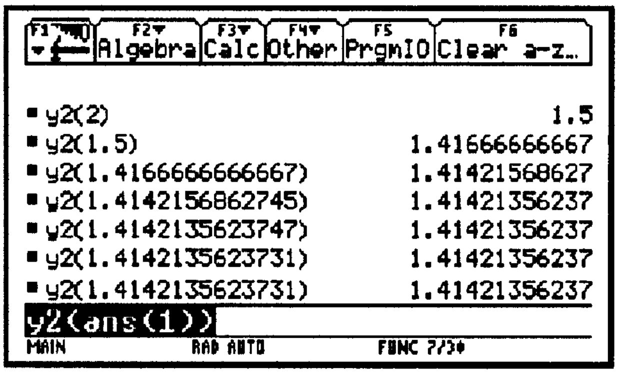
Daarnaast is de TI-92 door de aanwezigheid van Cabri geschikt voor interactieve meetkunde. Met Cabri kan men meetkundige constructies maken, zoals loodlijnen, deellijnen en doorsneden. Tevens kan de positie van een meetkundig object gevarieerd worden, waarbij alle hiervan afhankelijke objecten ‘meelopen’. Dit maakt Cabri tot een krachtig hulpmiddel voor het onderzoeken van meetkundige wetmatigheden. De cursorbesturing vindt bij Cabri op de TI-92 plaats met een ronde knop, waarmee de cursor in acht richtingen bewogen kan worden.


Afbeelding 3

Natuurlijk zijn Cabri en Derive bekend van de PC. De beperkte beschikbaarheid van computers voor leerlingen of studenten staat een integratie van de technologie in de praktijk echter vaak in de weg. Het feit dat een handzame, draagbare machine zo veel relevante mogelijkheden biedt, maakt



Afbeelding 4



Afbeelding 5

de TI-92 tot een interessant fenomeen.

Doel van het experiment

Het doel van het experiment is eigenlijk heel elementair: onderzoeken hoe de TI-92 zich houdt in de dagelijkse praktijk van de lerarenopleiding, en hoe studenten en docenten op een dergelijke machine reageren. Specifieker zijn de volgende vragen:

1 De TI-92 vormt één platform met één interface voor diverse toepassingen zoals analyse, lineaire algebra en meetkunde. Leidt dit tot een vruchtbaar en geïntegreerd gebruik van technologie, in vergelijking tot een PC-omgeving?
2 De TI-92 is klein en draagbaar. Is het pocket-formaat een stimulans voor het gebruik van informatietechnologie, in vergelijking met de PC-situatie?
3 Is de TI-92 gebruikersvriendelijk?
4 Is de TI-92 'fool-proof' en 'shock-proof'?

De experimentele setting

De proefpersonen zijn 16 eerstejaars studenten van de opleiding tot tweedegraads wiskundeleraar van Hogeschool Gelderland. In de eerste maanden van hun studie hebben deze studenten bij meetkunde al kennis gemaakt met Cabri op de PC. Verder beschikt het grootste deel van deze groep over een grafische rekenmachine, die met name bij analyse gebruikt wordt.
Het experiment vindt plaats in de vierde zeswekenperiode van het schooljaar. De volgende vakken staan dan op het rooster:

- Lineaire Algebra (matrices, determinanten, eigenwaarden)
- Analyse (toepassingen van differentiaalrekening, Newton-Raphson, Taylor-veeltermen)
- Meetkunde (stellingen van Pappos en Desargues)
- Algemeen Computergebruik (introductie TI-92, Derive)

Dit is een ideaal vakkenpakket voor een experiment met de TI-92. Algemeen Computergebruik, waarvan ik dit jaar de docent ben, biedt een goede gelegenheid om de studenten wegwijs te maken op de knoppen van de TI-92. Daartoe is een beknopt dictaat geschreven. Na deze introductie gaan de studenten bij dit vak met Derive op de PC aan de slag. Dat is een verwant onderwerp, dat het gebruik van de TI-92 kan stimuleren, al is het de vraag of men de verschillende interfaces uit elkaar kan houden.
De drie genoemde wiskundevakken hebben met elkaar gemeen, dat de TI-92 bij alle drie een rol lijkt te kunnen spelen. Met de twee docenten die deze vakken onderwijzen, wordt afgesproken dat de TI-92 ook bij de tentamens gebruikt mag worden.
De opzet van het experiment is erg open. De machines worden verstrekt, de studenten en docenten krijgen wat steun bij het verwerven van de noodzakelijke knoppenkennis, en verder probeer ik zo min mogelijk te sturen en zo veel mogelijk te zien hoe de studenten met de TI-92 omgaan. Natuurlijk ben ik ook benieuwd naar de manier waarop de twee docenten (en de twee studenten-assistenten bij meetkunde) op deze situatie zullen reageren.

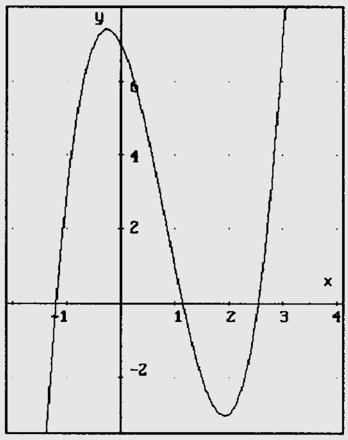
Hoe ging het in de praktijk?

In de eerste week van de periode ontvangen de studenten een machine en het bijbehorende dictaat. Bij de eerste les Algemeen Computergebruik werken ze daar geïnteresseerd uit. Ze vergelijken de grafieken van de TI-82 met die van de TI-92 (de laatste zijn mooier) en ook de tekensnelheid. Dan is het Kerstvakantie. Onder de kerstboom blijkt veel met de TI-92 gespeeld te zijn, want in januari hebben de studenten nauwelijks vragen meer over de machine, en gaat het vak verder over de PC-versie van Derive.
En dan? Dan gebeurt er een tijdje niet zo veel. De studenten lijken zich aardig te redden met hun machines. Mij hebben ze daar in elk geval niet voor nodig. Wel leveren ze af en toe wat zinnig commentaar op de machine: 'Waarom zitten Copy en Paste bij meetkunde

onder F8, en in het Home Screen onder F1?' Goede vraag, volgende vraag.
Van de docent lineaire algebra en meetkunde hoor ik niet veel. Bij analyse gebeurt wat meer. De docent is erg tevreden met de demonstratie-machine, die hij bijvoorbeeld gebruikt om de methode van Newton-Raphson te illustreren (zie afbeeldingen 4 en 5).

De tweede functie in afbeelding 4, *y*2, geeft aan hoe de volgende waarde van de Newton-Raphson iteratie wordt berekend. Dit is een 'generieke' functie: als *y*1 een ander voorschrift krijgt, hoeft de definitie van *y*2 niet te worden aangepast. Door nu *y*2 op het antwoord van de vorige berekening te laten werken (met *y*2 < ans < 1 >>, en dan herhaald op ENTER drukken), wordt snel een benadering van $\sqrt{2}$ verkregen. De grafieken geven een visualisatie van de situatie maar roepen ook vragen op: wat stelt de grafiek van *y*2 nu precies voor? Snijdt de grafiek van *y*2 de lijn $y = x$ precies boven het nulpunt van *y*1? Is het toeval, of heeft de grafiek van *y*2 daar altijd een extreem?
Bij analyse werken de studenten tevens een practicum over Taylorveeltermen met de TI-92 door.
In de zesde week van de periode vindt de toetsing plaats. De resultaten hiervan zijn vergelijkbaar met andere jaren; de TI-92 lijkt hierop niet veel invloed te hebben. De vraagstelling is bij de diverse vakken in verschillende mate door de machine beïnvloed. In nevenstaande opgave van het analysetentamen zien we, in welke richting de toetsen zich kunnen ontwikkelen als gevolg van de beschikbaarheid van machines zoals de TI-92. Het berekenen van Newton-Raphson benaderingen wordt aan de machine overgelaten, maar het nadenken over de invloed van de startwaarde niet. (N.B. De grafiek is met de PC-versie van Derive gemaakt.)

7.



Afbeelding 6

Gegeven is de functie *f* met $f(x) = 2x^3 - 5x^2 - 3x + 7$.
Hierboven zie je de grafiek van *f*. We willen het middelste van de drie nulpunten benaderen met de methode van Newton-Raphson.

a Beredeneer, uitgaande van de grafiek van *f*, dat het niet slim is om $x_0 = 0$ als startwaarde te nemen.
b Kies een geschikte startwaarde en beredeneer waarom dit een goede keuze is.
Benader het middelste nulpunt in 5 decimalen nauwkeurig. Geef een toelichting bij elk van de stappen die je uitvoert.

Conclusies

Een klein experiment als dit rechtvaardigt geen al te stellige conclusies. Toch spreken de evaluaties, die de studenten na afloop hebben ingeleverd, duidelijke taal. Ik loop de eerder geformuleerde aandachtspunten even langs.
1 De TI-92 vormt één platform met één interface voor diverse toepassingen zoals analyse, lineaire algebra en meetkunde. Leidt dit tot een vruchtbaar en geïntegreerd gebruik van technologie, in vergelijking tot een PC-omgeving?
Bij *meetkunde* heeft de TI-92 nauwelijks gefunctioneerd. De meeste studenten vinden Cabri op de TI-92 minder handig dan op de PC. Het beeldscherm is te klein en de cursorbesturing verloopt moeizamer dan met een muis. De TI-92 voelt als een te krap jasje, zoals één van de docenten het formuleerde. Daar komt bij, dat de inhoud van het vak zich toch minder goed leende voor het gebruik van Cabri dan van tevoren verwacht was.
Bij *lineaire algebra* hebben sommige studenten de TI-92 veel gebruikt, en anderen weinig. Op zichzelf is het berekenen van determinanten en dergelijke erg handig, maar de TI-82 biedt dergelijke mogelijkheden ook. Eigenwaarden zijn op de TI-82 niet, en op de TI-92 wel te bepalen, maar vrij omslachtig, zodat dat evenmin het gebruik van de TI-92 stimuleert.
Bij *analyse* is het gebruik van de TI-92 het meest succesvol. De docent heeft het gebruik gestimuleerd door regelmatig met de overhead-machine voorbeelden te geven. Inhoudelijk heeft de TI-92 bij dit vak veel te bieden. Het berekenen van bijvoorbeeld afgeleide functies en Taylorveeltermen gaat erg eenvoudig.
Omdat de TI-92 voor meetkunde niet zo'n geschikt platform is, is van een geïntegreerd gebruik van meetkunde en analyse niet veel terecht gekomen. Wat wel uit de verf kwam, is de integratie tussen de TI-92 als grafische rekenmachine en als Derive-machine. De computeralgebra is erg fraai geïmplementeerd, en de 'samenwerking' met het functiebestand en het grafiekenvenster verloopt in het algemeen soepel.
2 De TI-92 is klein en draagbaar. Is het pocket-formaat een stimulans voor het gebruik van informatietechnologie, in vergelijking met de PC-situatie?
Het grootste deel van de studenten vindt de TI-92 een interessant en leuk machientje om mee te werken. Dat de TI-92 meegenomen kan worden, vindt men handig, al is de TI-82 toch weer een stuk kleiner. Als het gaat om de keuze tussen PC en TI-92, kiest men bij meetkunde om eerder

genoemde redenen vrijwel unaniem voor de PC. Voor computeralgebra ligt dit anders: ongeveer 1/3 van de studenten gebruikt liever de TI-92 voor symbolisch werk, mogelijk vanwege de mooie interface van deze machine. De rest kiest voor de PC, vanwege de afmetingen van scherm en toetsenbord. Of vanwege de vertrouwdheid, zoals uit de titel van dit stuk blijkt.

3 Is de TI-92 gebruikersvriendelijk?
De gebruikersvriendelijkheid wordt goed beoordeeld, al merken sommige studenten op dat het natuurlijk wel even wennen is. De meesten hebben de TI-92 regelmatig gebruikt, zo tussen één en drie uur per week. Dat is voldoende gebleken om met de machine vertrouwd te raken, zozeer dat ook het gebruik van de machine bij tentamens niet als een extra stress-factor ervaren is. De resolutie van het kleine beeldscherm is beduidend beter dan die van een grafische rekenmachine, en leidde dan ook niet tot klachten. Dat de studenten moeite hadden met het uit elkaar houden van de verschillende interfaces van de TI-92, de TI-82 en Derive op de PC, is niet gebleken.

4 Is de TI-92 ‘fool-proof’ en ‘shock-proof’?
De TI-92 is een betrouwbare machine, die zelden ‘vastloopt’ en tijdens het experiment niet stuk gegaan is. Tegen het vervoer in de tassen van de studenten lijkt de machine dus redelijk bestand te zijn.

Bij het terugkijken op dit experiment komen natuurlijk enkele bekende vragen naar boven. Wat moeten de studenten met de hand kunnen? Welk inzicht vereist het effectief gebruiken van een formulemanipulator? In hoeverre kunnen en willen we de concepten een centralere plaats geven ten koste van de algoritmen en de technieken? Over deze kwesties valt veel te zeggen, maar ze zijn in elk geval (ook wereldwijd gezien) nog verre van opgelost.

40 jaar geleden

Een nieuwe fase in het bestaan van Euclides.
In juni 1956 hebben WIMECOS en LIWENAGEL met de N.V. ERVEN P. NOORDHOFF’s Uitgeverszaak een overeenkomst gesloten, waarin wordt vastgesteld, dat het tijdschrift EUCLIDES, tijdschrift voor de didactiek van de exacte vakken, officieel orgaan van WIMECOS en LIWENAGEL, als zodanig uitsluitend geredigeerd zal worden door redacteuren van deze beide verenigingen. De nieuwe redactie zal alleen verantwoording schuldig zijn aan de leden van WIMECOS en LIWENAGEL. Door deze overeenkomst is EUCLIDES met het eerste nummer van de tweeëndertigste jaargang een nieuwe fase van zijn bestaan ingetreden. Het zou echter onjuist zijn te veronderstellen dat EUCLIDES eerst nu tot officieel orgaan van de beide verenigingen wordt. Reeds met ingang van de 17e jaargang (1 september 1940) leest men op de titelpagina van het tijdschrift, dat dit officieel orgaan is van beide verenigingen. En met ingang van de 25e jaargang treft men naast de redacteuren die namens NOORDHOFF optreden redacteuren aan die door WIMECOS en LIWENAGEL zijn aangewezen.
Uit organisatorisch oogpunt is het echter van betekenis, dat EUCLIDES vanaf heden duidelijk als onafhankelijk tijdschrift voor de dag treedt, waarvan de redacteuren zich voor de leden van de beide verenigingen en voor deze alleen te verantwoorden zullen hebben over het door hen gevoerde beleid. We hopen dat op deze wijze de belangstelling voor en de medewerking aan het tijdschrift op krachtige wijze zal kunnen worden gestimuleerd. De verantwoordelijkheid voor de inhoud komt nu uiteindelijk te berusten bij de verenigingen van de wiskundeleraren zelf. Dit achten we een belangrijke vooruitgang.
....
Voor de goede lezer zal het reeds duidelijk zijn dat onze dankbaarheid niet slechts de uitgever van EUCLIDES geldt, die zich voor de uitgave van het tijdschrift grote financiële offers getroostte, maar evenzeer de beide eerste redacteuren die het tijdschrift spoedig op een hoog niveau wisten te brengen. Die eerste redacteuren waren J.H. SCHOGT en P. WIJDENES, waarvan de eerste ruim 24 jaren en de tweede precies 25 jaren zijn beste krachten aan EUCLIDES heeft gegeven. Aan de kritische geest van de eerste heeft menig leraar in Nederland veel te danken. De verdiensten van de tweede zijn in het eerste nummer van de 26e jaargang uitvoerig naar voren gebracht.

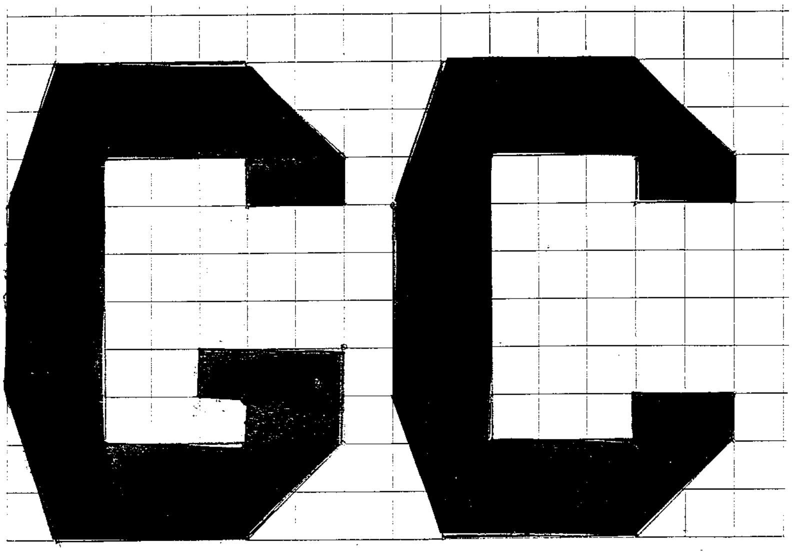
Uit: Euclides 32 (1956-1957)

Werkblad

Greijdanus College

Onze scholengemeenschap is gefuseerd met de MAVO-scholen in Meppel, Hardenberg en Enschede. Deze scholen tezamen hebben een nieuwe naam gekregen: Greijdanus College. Bovenop het dak van onze school moeten de letters GC komen te staan, goed zichtbaar voor de treinreizigers. De ontwerpers hebben een model gemaakt (zie hieronder). Elk hokje betekent 1 vierkante meter. Om deze letters te schilderen zul je moeten berekenen hoeveel m^2 je moet beschilderen dus:

Hoeveel vierkante meter is de totale oppervlakte van de letters?



Geref. S.G. prof. dr. S. Greijdanus, mavo 4-schoolonderzoek.

Werkblad

Blindenschrift

In ons letterschrift zijn taalspelletjes mogelijk: je kan de naam WIM opschrijven, het blad omdraaien en met een beetje goede wil staat er dan weer WIM. Of je kunt de naam OTTO spiegelen en dan staat er weer OTTO.

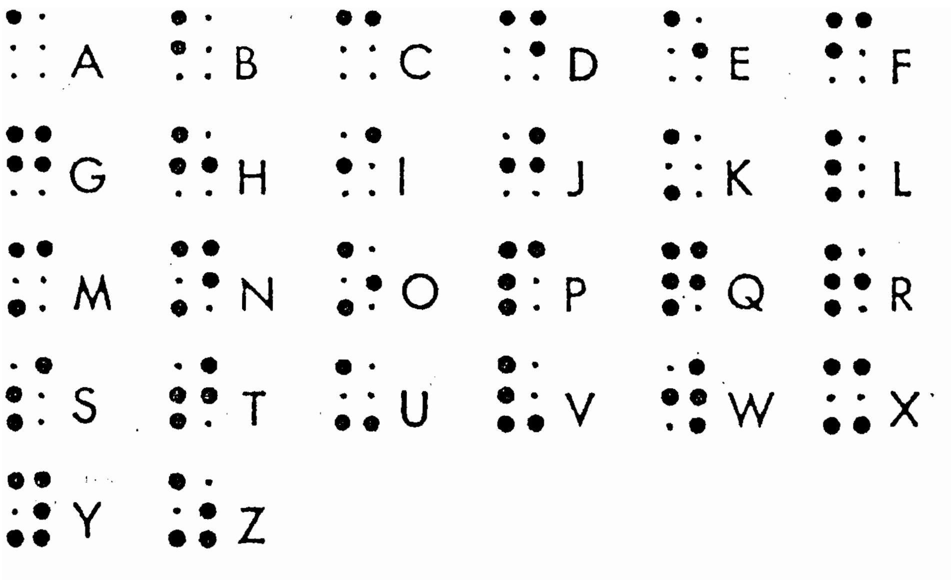
Hieronder staat een gedeelte van een kopie van een blindenschrift dat ik in ‘De Kleine Oosthoek Encyclopedie’ vond. Je ziet dat er zes plaatsen zijn waar een punt kan staan. Een letter kan bestaan uit 1, 2, 3, 4 of 5 punten.

Kunnen blinden nou ook taalspelletjes doen zoals wij?

27 Welke letter(s) in het blindenschrift kun je omdraaien en zijn dan ook een letter?

28 Maak drie rechthoekjes van 2 × 3 hokjes. Als je de naam WIM in brailleschrift omdraait hoe komen de dikke punten dan te staan?

29 Welke letter(s) in het blindenschrift zijn spiegelsymmetrisch?



Geref. S.G. prof. dr. S. Greijdanus, mavo 4-schoolonderzoek.

Recreatie

Opgave 672

Op zaterdag 16 maart 1996 werd op waardige wijze afscheid genomen van Dr. Piet G.J. Vredenduin (18 januari 1909 - 9 januari 1996). Op het Liemers-college te Zevenaar werd een bijeenkomst gehouden onder de titel 'Goede herinneringen als hommage aan Piet Vredenduin, wiskundeleraar'.
Vele personen dachten hardop na over hun band met 'onze πt'. Problemen als 'Is 0 een natuurlijk getal?' of 'Hoe leg je de irrationaliteit van $\sqrt{2}$ in de klas uit' kwamen aan de orde.
Ook bij de lunch werden dit soort herinneringen opgehaald. Waarom tellen we eigenlijk soms zo raar: eerste ronde, tweede ronde en dan kwartfinale, halve finale, finale?
Ladderpuzzelaar *Hessel Pot* (10 punten), Woerden houdt zich al jaren bezig met 'Wiskunde op Postzegels' en vertelde over de soms rare getalnotaties op postzegels. De laatste tijd houdt hij zich bezig met het fenomeen 'Hoe gaat terugtellen?' en 'Wat staat er voor de nul?' Een paar voorbeelden: een wiskundige denkt al snel aan 3, 2, 1, 0, –1, –2, … Dus na de nul komt –1.
In de lift zien we vele variaties. Onder andere 3, 2, 1, B, K, waarbij Begane Grond en Kelder bedoeld worden.

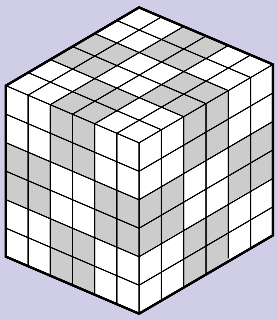
Zullen we Hessel een handje helpen op zijn speurtochten ? Als u een merkwaardige voortzetting van 3, 2, 1, … kent, stuur hem dan binnen 1 maand op en maximaal 5 punten op de puzzelladder zijn uw loon. Hiermee kunt u altijd beginnen. Als u bovenaan de ladder bent dan verliest u uw punten en verdient u een boekenbon van *ƒ* 25,–.

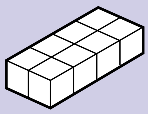
Oplossingen, nieuwe opgaven en correspondentie over deze rubriek aan
Jan de Geus
Valkenboslaan 262-A, 2563 EB Den Haag.

Oplossing 669

'Kunnen we van 27 plankjes van $1 \times 2 \times 4$ een kubus van $6 \times 6 \times 6$ maken?', was de vraag van opgave 669. 'Neen', was het eensluidende oordeel van de lezers. De videoband 'Donald in Rekenwonderland' heeft de school dus nog steeds in zijn bezit. Die videoband bestaat trouwens echt! (Sommige lezers twijfelden ook dááraan.) Ik heb hem in de laatste les voor de grote vakantie weer eens gedraaid.

Door middel van schaakbordkleuring is het onmogelijkheidsbewijs snel geleverd, zie afbeelding.





Hoe je een $1 \times 2 \times 4$ plankje ook in dit rooster legt, altijd vult zo'n plankje 4 witte en 4 zwarte kubusjes. Na het leggen van 26 plankjes blijven er dan nog 8 WITTE kubusjes over. Daar past het 27e plankje dus nooit in.

Een heel andere oplossingsmethode werkt met de gegeven afmetingen. *Prof. Dr. N.G. de Bruijn*, Nuenen bewees in (1) dat een aantal dezelfde blokken met afmetingen $A \times AB \times ABC$ alléén dozen met afmetingen $AX \times ABY \times ABCZ$ kan vullen, en geen andere. Aangezien zes geen viervoud is, lukt ons inpakprobleem dus niet!

Ontzettend leuk vind ik de kopie, die ik van *Lourens van den Brom* (34 punten), Krommenie ontving. In april 1956 (!) verscheen in de eerste jaargang van 'Wiskundige Kronkelpaden', maandblad van het Amsterdams Mathematisch Dispuutgezelschap, het bakstenen-probleem van .... Prof. Dr. N.G. de Bruijn. De bakstenen hadden afmetingen van ... $1 \times 2 \times 4$.

Wobien Doyer (5 punten), Leiden maakte er een goocheltruc van. Zij liet zien dat, nadat je op slinkse wijze een plankje hebt weggemoffeld, een kubus te bouwen is met interne (onzichtbare) gaten. Alles ligt stevig !

Met 52 punten is deze maand winnares van een boekenbon van *f* 25,–:

Wil Huijben,
Wezeboom 2,
3755 WT Eemnes.

Heel hartelijk gefeliciteerd!

Referenties

(1) *N.G. de Bruijn*, **Filling boxes with bricks**, Amer. Math. Monthly, 76 (1969), pp. 37-40.

(2) *David A. Klarner and F. Göbel*, **Packing boxes with congruent figures**, Indag. Math. 31 (1969), pp. 465-472.

(3) *David A. Klarner*, **Brick-Packing Puzzles**, Journal of Recr. Math. 6 (1973), pp. 112-117.



KALENDER

Euclides verschijnt dit schooljaar op 1 september, 15 oktober, 1 december, 15 januari, 15 februari, 15 maart, 30 april en 15 juni.

In deze kalender kunnen alle voor wiskundedocenten toegankelijke en interessante bijeenkomsten worden opgenomen. Data melden bij de hoofdredacteur uiterlijk twee maanden voor de verschijningsdatum. Dit kan ook via e-mail:

hoogland@rulwinw.leidenuniv.nl

Tweede ronde Wiskunde Olympiade
vr. 13 september 1996
Secret.: 026 - 3521294

APS-conferentie Wiskunde en Zelfstandig Leren
wo. 2 oktober 1996
APS: 030 - 2856722
Zie advertentie hiernaast

WWW - Alympiade (Internet)
vr. 4 oktober 1996
Freudenthal instituut:
030 - 2611611
Zie aankondiging blz. 22

CWI in bedrijf
vr. 4 oktober 1996
CWI: 020 - 5924253
Presentaties over allerlei toepassingen van wiskundig onderzoek, gratis!

Studiedag Vrouwen en Exacte Vakken
za. 5 oktober 1996
Centrum VeEX:
030 - 2856746
Zie aankondiging blz. 18

ICT, informatie- en communicatie-technologie in de praktijk
vr/za. 15/16 november 1996
CPS: 033 - 2541249
Toepassingen van informatietechnologie in het voortgezet onderwijs.

Jaarvergadering/ Studiedag
za. 16 november 1996
NVvW: 0411 - 673468
Zie aankondiging blz. 20

Vierkant, Jaarlijkse bijeenkomst
vr. 29 november 1996
VU: 020 - 4447776
Zie aankondiging blz. 19

Voorronde Wiskunde Alympiade
vr. 29 november 1996
Freudenthal instituut:
030 - 2611611
Zie aankondiging blz. 22

Wintersymposium
za. 4 januari 1997
Wiskundig Genootschap
Aankondiging volgt later

Eerste ronde Wiskunde Olympiade
vr. 11 april 1997
Secret.: 026 - 3521294
Aankondiging volgt later

Nationale Wiskunde Dagen
vr. 31 januari/
za. 1 februari 1997
Freudenthal instituut:
030 - 2611611
Zie aankondiging blz. 19

Regionale bijeenkomsten
februari/maart 1997
NVvW: 0411 - 673468
Aankondiging volgt later

Kangoeroe-wedstrijd
vr. 21 maart 1997
TUE: 040 - 2472738
Aankondiging volgt later